



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI BRESCIA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE,
ARCHITETTURA, TERRITORIO, AMBIENTE
E DI MATEMATICA - D I C A T A M**

TECHNICAL REPORT N. 1, 2026.

**Le precipitazioni di massima intensità
della Lombardia Orientale**

Ranzi R., C. Tedoldi, B. Razdar, S. Barontini,
P. Colosio, M. Tomirotti, M. Peli

*Università di Brescia, Dipartimento di Ingegneria Civile,
Architettura, Territorio, Ambiente e di Matematica*

TECHNICAL REPORT

**DEPARTMENT OF CIVIL, ENVIRONMENTAL, ARCHITECTURAL
ENGINEERING AND MATHEMATICS**

SOMMARIO	4
SUMMARY	6
1. Introduzione	6
2. I dati pluviometrici utilizzati	7
3. Le analisi probabilistiche svolte	17
3.1 Analisi puntuale	17
3.2 Distribuzione di Gumbel	17
3.3 Distribuzione GEV (Generalized Extreme Value Distribution)	18
4. Stima dei parametri	19
4.1 Metodo dei momenti	19
4.2 Metodo degli L-moments	19
4.3 Stima dei parametri della distribuzione GEV con il Metodo degli L-moments	20
5. Frequenze campionarie e teoriche - test statistici	20
6. Linee segnalatrici e invarianza di scala	22
7. Esempio di applicazione: le precipitazioni intense di Brescia.	24
7.1 Stima dei momenti campionari e dei coefficienti di forma	24
7.2 Stima dei parametri delle distribuzioni di probabilità	29
7.3 Frequenza campionaria e test di adattamento	31
7.4 Stima delle linee segnalatrici di possibilità climatica	34
8. Analisi puntuale per le stazioni dell'area di indagine	44
9. Considerazioni sulle leggi di distribuzione proponibili	48
10. Stima delle linee segnalatrici scala invarianti	49
11. L'analisi regionale	51
11.1 Variabilità della media	51
11.2 Variabilità dei CV e del coefficiente di forma della GEV	57
11.2.1 Variabilità di CV con la quota	57
11.2.2 Variabilità dei coefficienti di variazione con la durata, a scala regionale	58
11.2.3 Variabilità del parametro di forma della GEV	60
11.4 Considerazioni conclusive e confronto tra valori regionali e locali	61
12. Mappatura delle LSPP	62
13. Tendenze climatiche	65
14. Conclusioni	68
RINGRAZIAMENTI	69
BIBLIOGRAFIA	70

Le precipitazioni di massima intensità della Lombardia Orientale

Ranzi R., C. Tedoldi, B. Razdar, S. Barontini, P. Colosio, M. Tomirotti, M. Peli

SOMMARIO

Nel presente studio vengono riassunti i metodi adottati ed i risultati salienti di uno studio di aggiornamento dell'analisi delle precipitazioni di massima intensità della Lombardia Orientale. Per lo studio sono state prese in esame le precipitazioni massime annuali di durata compresa tra una e ventiquattro ore di 67 stazioni, risultate dalla trascrizione dei dati degli Annali Idrologici (a partire dal 1930), integrati con quelli raccolti nel progetto 'STRADA' della Regione Lombardia fino al 2011 (De Michele et al., 2005; Ubaldi et al., 2014), e, per il periodo successivo, fino al 2021 (per Brescia fino al 2023), dall'elaborazione delle registrazioni pluviografiche rese accessibili da Arpa Lombardia e dalla Provincia di Trento (Formetta et al., 2022). La numerosità media del campione risultante è risultata di 42 anni-stazione.

Per la regione in studio sono state condotte le stime dei parametri delle linee segnalatrici di probabilità pluviometrica puntuali, scegliendo tra la distribuzione di Gumbel e la GEV che erano state individuate in un precedente studio come idonee ad interpretare le frequenze campionarie (Ranzi et al., 1999). Stimate le medie e il coefficiente di variazione delle serie con il metodo dei momenti ordinari, e il parametro di forma della GEV per le stazioni con più di 25 anni, con quello dei momenti pesati in probabilità, è risultato un valore medio spaziale del coefficiente di variazione, medio inter-durata, pari a 0.326 e un valore pari a $k=-0.0165$ del parametro di forma per la distribuzione GEV. La variabilità spaziale della media delle precipitazioni orarie, m_1 , è ben interpretata da una tendenza alla diminuzione proporzionale alla distanza dalla pianura padana misurata lungo la direttrice orografica della catena alpina. La media delle precipitazioni orarie, m_1 , e l'esponente di scala, n_1 , mostrano, infatti, una variabilità spaziale funzione principalmente della latitudine, più ancora che dell'altitudine, misurata lungo una direzione inclinata di 23° rispetto al nord geografico. Analoga, ma con una opposta tendenza all'aumento con la distanza dalla pianura, la tendenza dell'esponente di scala, rispetto alla durata, delle medie massime annuali, n_T . È risultato come per il 79% delle stazioni non si possa rifiutare l'ipotesi di invarianza di scala semplice, a scala locale, cioè che si possa adottare un unico valore del coefficiente di variazione per le diverse durate. Dividendo i campioni in due periodi, anteriore e posteriore al 1981, e selezionano le 19 serie con almeno 20 anni di dati in ciascuno dei due periodi (con l'eccezione di Edolo con 19 dati nel periodo successivo al 1981), si è riscontrato come per il 35% delle serie ci sia un aumento significativo e in nessun caso una diminuzione. In media l'aumento è del 14% per le piogge orarie e del 9% per quelle di 24 ore. Inoltre, per 8 delle 19 serie delle piogge di 1 ora e di 24 ore l'ipotesi statistica di indipendenza delle serie rispetto al tempo viene rifiutata con significatività del 5%, con tendenza all'aumento. La percentuale di serie con tendenza significativa all'aumento raggiunge il 45% selezionando le sole 11 serie nella zona montana. Questi risultati forniscono un'indicazione oggettiva su una tendenza significativa all'aumento delle precipitazioni massime annuali nella Lombardia Orientale negli ultimi 45 anni. I risultati del lavoro, riassunti in mappe rappresentate sulla base cartografica dell'IGM in scala 1:250'000 nell'edizione del 1971, sono di immediata applicabilità tecnica per la stima

delle piogge intense in ogni punto dell'area di indagine, per la progettazione delle opere idrauliche e per la stima della frequenza di accadimento degli eventi osservati.

SUMMARY

This study summarizes the methods used and the key results of an update study on the analysis of maximum rainfall in Eastern Lombardy. The study examined annual maximum rainfall lasting between one and twenty-four hours at 67 stations. These data were obtained by transcribing data from the Hydrological Annals, integrating those collected through the Lombardy Region's 'STRADA' project up to 2011, and, for the subsequent period, by processing rainfall records made accessible by ARPA Lombardia and the Province of Trento. The average sample size was 42 station-years. For the study region, parameter estimates were conducted for the line representing the probability of rainfall at specific points, choosing between the Gumbel and GEV distributions, which had been identified in a previous study as suitable for interpreting the sample frequencies (Ranzi et al., 1999). The means and coefficient of variation of the series were estimated using the ordinary moments method, and the GEV shape parameter for stations older than 25 years was estimated using the probability-weighted moments method. The mean spatial value of the coefficient of variation, mean between durations, was 0.326, and the shape parameter for the GEV distribution was $k = -0.0165$. The quantiles resulting from the estimates using the regional mean CV and k parameters compared to those obtained from the local parameter estimates were underestimated by no more than 11% for durations between 1 hour and 6 hours, while they were overestimated by less than 3% for durations of 12 and 24 hours and return periods of up to 500 years. The spatial variability of the mean hourly precipitation, $m1$, is well interpreted by a decreasing trend proportional to the distance from the Po Valley measured along the orographic axis of the Alpine chain. The mean hourly precipitation, $m1$, and the scaling exponent, $n1$, show, in fact, a spatial variability that is primarily a function of latitude, even more than altitude, measured along a direction inclined at 23° with respect to geographic north. The trend of the scaling exponent, $n1$, with respect to duration, of the annual maximum averages, is similar, but with an opposite tendency of increasing with distance from the plains. It was found that for 79% of the stations, the hypothesis of simple scale invariance at the local scale cannot be rejected, that is, that a single value of the coefficient of variation can be adopted for the different durations. By dividing the samples into two periods, before and after 1981, and selecting the 19 series with at least 20 years of data in each of the two periods, applying the Welch test to the means of the two periods, it was found that for 35% of the series there is a significant increase and in no case a decrease. On average, the increase is 14% for hourly rainfall and 9% for 24-hour rainfall. Applying the Mann-Kendall test to the entire series, for 8 of the 19 1-hour and 24-hour rainfall series, the hypothesis of time independence is rejected with a 5% significance level, with the Mann-Kendall Z value always positive. The percentage of series with a significant increasing trend reaches 45% when selecting only the series in the mountainous area. These results provide an initial indication of a significant increasing trend in maximum annual precipitation in Eastern Lombardy. The results of the study, summarized in appropriate maps represented on the IGM cartographic base at a scale of 1:250,000 in the 1971 edition, are immediately applicable for estimating heavy rainfall at any point in the survey area.

1. Introduzione

La protezione idraulica del territorio investe una vasta gamma di problemi che vanno dal riconoscimento del dissesto territoriale attuale e potenziale (stabilità dei pendii, frane attive, paleofrane, erodibilità dei suoli, aree allagabili, etc.), ivi inclusa l'analisi della vulnerabilità degli insediamenti antropici, da un lato, alla progettazione e attuazione degli interventi di sistemazione, dall'altro. Elemento essenziale di queste analisi è il riconoscimento, a varie scale territoriali, delle caratteristiche delle precipitazioni intense che costituiscono, in larga misura, la causa primaria sia di attivazione del dissesto, diffuso e localizzato, sia del formarsi delle piene. Il presente studio intende fornire un supporto, sia metodologico che di merito, alla valutazione delle altezze di precipitazione puntuale massime temibili per assegnata durata e frequenza, intesa in senso statistico, che possono investire il territorio della provincia di Brescia. La conoscenza delle sollecitazioni probabili deve fornire la guida per la progettazione razionale di interventi di tipo strutturale (come la costruzione di briglie, serbatoi di laminazione, argini, scolmatori, etc..) sia di tipo non strutturale, ricorrendo a vincoli di pianificazione territoriale ove venga individuata la presenza di aree esondabili, oppure imponendo coperture assicurative, schemi costruttivi che riducano i danni prodotti dalle alluvioni, oppure predisponendo sistemi di preallarme e piani di protezione civile. Le scale temporali prescelte, comprese tra una e ventiquattro ore, coincidono quindi con quelle che possono portare alla crisi di sistemi di drenaggio urbano di area superiore ad alcune centinaia di ettari o di piccoli bacini naturali, così come di bacini imbriferi di qualche migliaio di chilometri quadrati di superficie.

L'obiettivo del lavoro è stato quello di fornire, attraverso uno studio accurato dell'informazione pluviometrica disponibile, la massima informazione possibile circa le caratteristiche di variabilità territoriale e la frequenza di occorrenza dell'altezza di pioggia di durata assegnata per tutto il territorio oggetto di indagine, ricercando anche le eventuali correlazioni fra queste e quelle caratteristiche del territorio che ne determinano la variabilità.

2. I dati pluviometrici utilizzati

Allo scopo di fornire una caratterizzazione sufficientemente completa delle piogge intense dell'area bresciana, sono stati utilizzati i dati pluviometrici costituiti dalla serie dei valori massimi annuali di altezza di precipitazione relativi alle durate di 1, 3, 6, 12 e 24 ore consecutive pubblicati, in gran parte, sugli Annali Idrologici del Servizio Idrografico e Mareografico Nazionale (SIMN). Questi sono stati ottenuti aggiornando, ed ampiamente integrando, gli archivi relativi allo «Studio delle precipitazioni intense in provincia di Brescia e verifica funzionale della rete pluviometrica esistente» effettuato dalla Provincia di Brescia (Alifranco e Ferretti, 1985). L'aggiornamento è stato effettuato ricorrendo a) alla consultazione diretta degli Annali Idrologici del Servizio Idrografico Italiano (Ufficio di Parma e della Provincia Autonoma di Trento), b) ai dati a base dello studio «Valutazione delle piene nel Triveneto» pubblicato dal Gruppo Nazionale per la Difesa dalle Catastrofi Idrogeologiche del Consiglio Nazionale delle Ricerche (Villi e Bacchi, 2001), c) ai dati raccolti dalla Regione Lombardia nel progetto «STRADA» fino al 2011 (ARPA Lombardia, 2013), d) all'elaborazione dei dati pluviografici accessibili sul geoportale di ARPA Lombardia e e) a una serie di dati del Trentino occidentale successivi al 1988 risultati da uno studio di Formetta et al. (2022). Ciò ha permesso di identificare serie storiche provenienti da 67 stazioni ed estese, in maniera variabile, dal 1930 al 2021 (al 2023 nel caso di Brescia).

Nella successiva Tabella 1 e nella Figura 1 è riportato l'elenco delle stazioni prese in esame, le loro coordinate geografiche e il numero degli anni relativi ai dati a scala oraria disponibili.

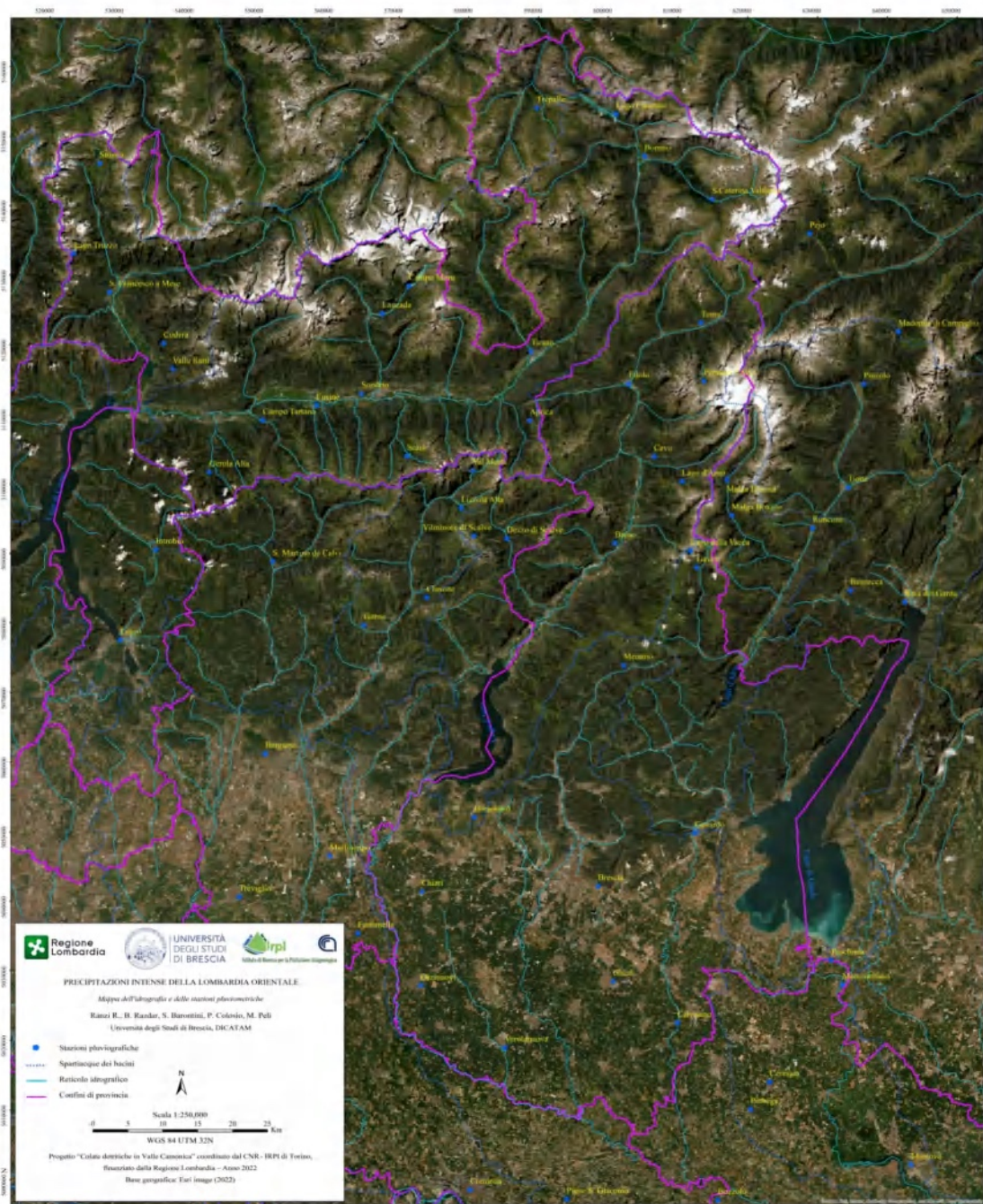


Figura 1 – Mappa dell'area oggetto dell'indagine: stazioni pluviografiche, idrografia principale e limiti amministrativi

Tabella 1 - Elenco delle stazioni pluviometriche e pluviografiche considerate nello studio e loro ubicazione con coordinate riferite all'ellissoide internazionale orientato a Monte Mario (di longitudine 12° 27' 08",40 da Greenwich) . Nd = numero di anni in cui sono disponibili i massimi annuali delle precipitazioni di durata 1, 3, 6, 12 e 24 ore.

n.	STAZIONE	Fonte dati	Long.	Lat.	Prov.	Bacino Imbrifero	Sotto bacino	Quota	Anno		N _d
			UTM E	UTM N				m s.l.m.	inizio	fine	
1	APRICA	ARPA	588704	5109097	SO	Adda		1948	1995	2021	27
2	BERGAMO	AI, Strada	550839	5061195	BG	Adda	Serio	366	1936	2021	76
3	BEZZECA	AI, Formetta	634697	5084674	TN	Lago Garda	Ponale	698	1931	2005	67
4	BORGONATO	AI, ARPA	580763	5052075	BS	Oglio	Lago Iseo	214	1935	2005	58
5	BORMIO	AI, Strada, ARPA	605167	5147085	SO	Adda	Frodolfo	1225	1933	2021	87
6	BOZZOLO	AI	615636	4995379	MN	Oglio	Garza	33	1951	1986	30
7	BRENO	AI, Strada, ARPA	600960	5091441	BS	Oglio		312	1931	2021	72
8	BRESCIA	ITAS, ARPA	598502	5042175	BS	Oglio	Garza	149	1949	2023	75
9	CALVISANO	AI	609865	5022526	BS	fra Oglio e Mincio		63	1934	1978	30

n.	STAZIONE	Fonte dati	Long.	Lat.	Prov.	Bacino Imbrifero	Sotto bacino	Quota	Anno		N _d
			UTM E	UTM N				m s.l.m.	inizio	fine	
10	CAMPO MORO	AI, Strada, ARPA	571384	5128421	SO	Adda		1906	1961	2011	40
11	CAMPO TARTANO	AI	550470	5109166	SO	Adda		1040	1930	1985	25
12	CERESARA	AI, Strada	623144	5014042	MN	fra Oglio e Mincio		43	1933	2004	35
13	CEVO	AI, Strada, ARPA	606529	5103920	BS	Oglio		1096	1995	2021	25
14	CHIARI	AI, Strada, ARPA	573236	5041392	BS	Oglio	Guerna	148	1933	2021	68
15	CLUSONE	AI, Strada, ARPA	573930	5083650	BG	Adda	Serio	648	1931	2021	62
16	CODERA	AI	536242	5120177	SO	Adda		824	1935	1982	29
17	CREMONA	AI, Strada, ARPA	580182	4998537	CR	fra Oglio e Adda		45	1930	2021	80
18	DEZZO DI SCALVE	AI, Strada, ARPA	585424	5092134	BG	Oglio	Dezzo	750	1981	2021	36
19	EDOLO	AI, Strada, ARPA	602920	5114436	BS	Oglio		690	1934	2021	47

n.	STAZIONE	Fonte dati	Long.	Lat.	Prov.	Bacino Imbrifero	Sotto bacino	Quota	Anno		N _d
			UTM E	UTM N				m s.l.m.	inizio	fine	
20	FONTANELLA	AI, Strada	564079	5035390	BG	Oglio	Guerna	105	1955	1996	34
21	FUSINE	AI	558152	5111262	SO	Adda	Roasco	1160	1935	1986	37
22	GAVARDO	AI, Strada	612403	5049767	BS	Oglio	Chiese	200	1970	2021	30
23	GAVER	AI, Strada, ARPA	612650	5087938	BS	Oglio	Caffaro	1625	1932	2005	60
24	GEROLA ALTA	AI, Strada	542797	5101700	SO	Adda		1050	1935	2011	21
25	GHEDI	AI, Strada	600679	5028461	BS	fra Oglio e Mincio		85	1936	2003	51
26	GORNO	AI	564944	5079670	BG	Adda		640	1953	1978	23
27	INTROBIO	AI	535126	5090540	LC	Adda		600	1935	1985	41
28	LAGO CANCANO	AI, Strada	601112	5153124	SO	Adda		2000	1936	2011	64
29	LAGO D'ARNO	AI	610536	5100339	BS	Oglio	Lago Arno	1820	1931	1978	45

n.	STAZIONE	Fonte dati	Long.	Lat.	Prov.	Bacino Imbrifero	Sotto bacino	Quota	Anno		N _d
			UTM E	UTM N				m s.l.m.	inizio	fine	
30	LAGO DELLA VACCA	Strada, ARPA	611798	5090337	BS	Chiese	Caffaro	2409	1987	2021	27
31	LAGO TRUZZO	AI	523341	5133078	SO	Adda		2065	1933	1962	22
32	LANZADA	AI, Strada	567554	5124481	SO	Adda		983	1930	2011	65
33	LECCO	AI, Strada, ARPA	530023	5077550	LC	Adda		212	1933	2021	42
34	LIZZOLA ALTA	AI	578897	5096501	BG	Adda	Serio	1235	1934	1961	20
35	MADONNA DI CAMPIGLIO	AI	641599	5121884	TN	Sarca		1553	1932	1970	32
36	MALGA BISSINA	AI	616942	5100581	TN	Oglio	Chiese	1792	1961	1988	26
37	MALGA BOAZZO	AI	617677	5095442	TN	Oglio	Chiese	1200	1961	1988	22
38	MANTOVA	AI, Strada, ARPA	643358	5002119	MN	Mincio		50	1933	2021	72
39	MARTINENGO	AI	560064	5046462	BG	Adda	Serio	153	1956	1977	19

n.	STAZIONE	Fonte dati	Long.	Lat.	Prov.	Bacino Imbrifero	Sotto bacino	Quota	Anno		N _d
			UTM E	UTM N				m s.l.m.	inizio	fine	
40	MEMMO	AI, Strada	602557	5072945	BS	Oglio	Mella	1000	1930	1994	43
41	MONZAMBANO	AI, Strada, ARPA	633213	5032770	MN	Mincio		90	1950	2021	62
42	ORZINUOVI	AI, Strada	573128	5027861	BS	Oglio	Guerna	88	1936	2005	39
43	PANTANO D'AVIO	Strada, ARPA	613679	5114768	BS	Oglio		2108	1995	2021	27
44	PEJO	AI, Formetta	628875	5135966	TN	Adige	Noce	1574	1932	2007	55
45	PESCHIERA DEL GARDA	AI, Strada	631983	5031532	BS	Lago di Garda		67	1930	2003	52
46	PIEVE S. GIACOMO	AI, Strada, ARPA	594005	4997179	CR	fra Oglio e Adda		39	1949	2021	46
47	PINZOLO	AI, Formetta	636624	5114360	TN	Sarca		776	1955	2018	45
48	PIUBEGA	AI, Strada	620364	5010108	MN	fra Oglio e Mincio		50	1970	2005	34
49	RIVA DEL GARDA	AI, Formetta	642496	5082996	TN	Lago di Garda		70	1930	2018	79

n.	STAZIONE	Fonte dati	Long.	Lat.	Prov.	Bacino Imbrifero	Sotto bacino	Quota	Anno		N _d
			UTM E	UTM N				m s.l.m.	inizio	fine	
50	RONCONE	AI	629292	5093646	TN	Oglio	Chiese	839	1932	1965	22
51	S. CATERINA VALFURVA	AI, Strada, ARPA	614872	5140927	SO	Adda		1740	1952	2021	58
52	S. FRANCESCO A MESE	AI	528496	5127544	SO	Adda		286	1930	1961	30
53	S. MARTINO DE CALVI	AI	551929	5088807	BG	Adda		540	1941	1973	29
54	SALÒ	AI	619822	5051025	BS	Lago di Garda		75	1956	1972	16
55	SCAIS	AI, Strada	571109	5103990	SO	Adda	Venina	1500	1935	2005	47
56	SONDRIO	AI, Strada	564593	5113003	SO	Adda		298	1937	2011	57
57	SONICO	ARPA	603547	5113810	BS	Oglio		1090	2005	2011	7
58	STUETTA	AI	527130	5146058	SO	Adda		1850	1933	1961	24
59	TEMÙ	AI	613292	5123147	BS	Oglio		1100	1956	1979	22

n.	STAZIONE	Fonte dati	Long.	Lat.	Prov.	Bacino Imbrifero	Sotto bacino	Quota	Anno		N _d
			UTM E	UTM N				m s.l.m.	inizio	fine	
60	TIONE DI TRENTO	AI, Formetta	634374	5099489	TN	Sarca		563	1930	2018	83
61	TIRANO	AI, Strada, ARPA	588935	5119040	SO	Adda	Roasco	652	1930	2021	61
62	TREPALLE	AI	589726	5154070	SO	Inn		2150	1958	1985	15
63	TREVIGLIO	AI, Strada	547060	5040619	BG	Adda		126	1934	2002	55
64	VAL MORTA	AI	580539	5101932	BG	Adda		1780	1936	1965	29
65	VALLE RATTI	AI	537550	5116481	SO	Adda		915	1935	1985	42
66	VEROLANUOVA	AI	585151	5018973	BS	Oglio	Strone	64	1930	1962	18
67	VILMINORE DI SCALVE	AI, ARPA	584122	5094893	BG	Oglio	Dezzo	1018	1931	2021	36

Tabella 2 - Tabella di consistenza delle osservazioni delle precipitazioni di massima intensità (Brescia fino al 2023).

Nome Stazione	Alt	Quota	1930	1931	1932	1933	1934	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
Aprica	1995	2021	27																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	

1 Ranzani, Mariani
2 Bacchi, Annali

2 Arpa_Strada

2 Annali Idrologici PAT

3,4,5 ARPA

6 Formetta da Meteotrentino

1 Ranzani, Mariani, Bacchi PASTORI
2 ITAS PASTORI

3. Le analisi probabilistiche svolte

3.1 Analisi puntuale

Le prime analisi condotte sono quelle inerenti a) la stima della distribuzione di probabilità delle piogge massime annuali di assegnata durata nei siti di osservazione (da ciò il termine *puntuale* o *locale*) e b) la costruzione di un modello probabilistico di sintesi, valido per tutte le stazioni della zona, in grado di produrre le altezze di pioggia temibili per assegnata frequenza probabile in una data durata. Questo modello, noto nella pratica idrologica come *curva (o linea) segnalatrice di possibilità pluviometrica (o climatica)*, è stato costruito utilizzando le tecniche di analisi e sintesi dei dati idrometeorologici basate sulle proprietà di scala di momenti di vario ordine delle precipitazioni intense e la scelta fra vari modelli messi a confronto è stata condotta sia con criteri oggettivi, basati sulla loro relativa capacità rappresentativa dei dati sia, in modo più ingegneristico, con riferimento alla reale operatività del modello al fine di giungere in modo semplice ad un'affidabile previsione dell'altezza di pioggia che, per un'assegnata durata, abbia una prefissata probabilità di non superamento.

Nel caso qui considerato, la scelta preliminare delle leggi di distribuzione adatte a rappresentarne la variabilità naturale osservata delle piogge intense è ricaduta sul confronto tra le seguenti distribuzioni, tra le più diffusamente utilizzate per l'inferenza statistica di variabili casuali di tipo estremo:

- Gumbel o EV1 (Extreme Value 1st type)
- GEV (General Extreme Value)

applicando le metodologie di stima che, alla luce di analisi condotte, apparivano di volta in volta più idonee.

3.2 Distribuzione di Gumbel

La teoria degli estremi mostra come la funzione di probabilità del massimo $F_N(x)$ in un campione di N elementi di una variabile casuale che abbia asintoticamente espressione di tipo esponenziale tenda, al tendere di N a infinito, alla seguente semplice forma asintotica

$$\lim_{N \rightarrow \infty} F_N(x) = \exp \left(- \exp \left(- \frac{x-u}{\alpha} \right) \right) \quad (1)$$

Indicando con α e u due parametri di questa distribuzione, si dimostra che essi dipendono dalla media, μ , e dallo scarto quadratico medio, σ , della variabile x tramite le relazioni:

$$\alpha = \frac{\sigma(x)}{1.283} \quad (2)$$

$$u = \mu(x) - 0.450\sigma(x) \quad (3)$$

Questa distribuzione è detta *asintotica del massimo valore del primo tipo (EV1)* o, più frequentemente, *distribuzione di Gumbel*, ed ha il coefficiente di asimmetria (γ) costante pari all'incirca a 1.13955.

3.3 Distribuzione GEV (Generalized Extreme Value Distribution)

La distribuzione GEV fu introdotta da Jenkinson (1955 e 1969) per rappresentare, in forma generale, la distribuzione limite del massimo di variabili la cui distribuzione di probabilità avesse coda (cioè la zona dei valori molto alti o molto bassi) approssimabile secondo leggi di potenza, come, ad esempio, la Pareto. La sua forma è data dall'espressione:

$$P(x) = \exp \left\{ - \left[1 - \frac{k(x-\xi)}{\alpha} \right]^{1/k} \right\} \quad (4)$$

dove α rappresenta un parametro di scala, ξ un parametro di posizione e k un parametro di forma (che determina la forma dell'asintoto). E' da notare che per valori negativi di k la GEV rappresenta una distribuzione EV2 (Frechet) ed è definita solo per $x > \xi + \alpha/k$ (distribuzione dei massimi valori); viceversa per valori positivi di k il modello diventa una distribuzione EV3 (Weibull) ed è definita solo per valori di $x < \xi + \alpha/k$ (distribuzione dei minimi valori). Nel caso di k uguale a zero la distribuzione corrisponde a quella di Gumbel con parametro di scala α e parametro di posizione ξ .

E' semplice verificare che nel caso della distribuzione EV2, il momento di ordine r esiste solo se $k > -1/r$. La media e la varianza della distribuzione GEV sono date dalle seguenti espressioni:

$$\mu(x) = \xi + \frac{\alpha}{k} [1 - \Gamma(1 + k)] \quad k > -1 \quad (5)$$

$$\sigma^2(x) = \left(\frac{\alpha}{k} \right)^2 [\Gamma(1 + 2k) - \Gamma^2(1 + k)] \quad k > -0.5 \quad (6)$$

per cui la media non è definita per $k < -1$ e la varianza per $k < -1/2$.

Il coefficiente di asimmetria (skewness), γ , non definito per $k < -1/3$, è dato da:

$$\gamma = \text{sign}(k) \frac{-\Gamma(1 + 3k) + 3\Gamma(1 + k)\Gamma(1 + 2k) - 2\Gamma^3(1 + k)}{[\Gamma(1 + 2k) - \Gamma^2(1 + k)]^{3/2}} \quad k > -1/3$$

con $\text{sign}(k) = +1$ per $k > 0$
 $\text{sign}(k) = -1$ per $k < 0$ (7)

Appare utile notare che il parametro di forma, k , dipende solo dal coefficiente di asimmetria (se esiste il momento del terzo ordine) e quindi la relazione precedente può essere utilizzata per stimare k nota che sia la stima di γ . Successivamente dalla relazione che fornisce la varianza si determina il parametro di scala come:

$$\alpha = \sqrt{\frac{k^2 \sigma^2}{\Gamma(1 + 2k) - \Gamma^2(1 + k)}} \quad (8)$$

e da quella della media il parametro di posizione:

$$\xi = \mu(x) - \frac{\alpha}{k} [1 - \Gamma(1 + k)] \quad (9)$$

4. Stima dei parametri

4.1 Metodo dei momenti

Un metodo di stima dei parametri molto semplice, concettualmente corretto e diffuso è quello dei momenti. Il metodo consiste nell'attribuire a ciascun momento della popolazione di una variabile aleatoria x il valore del corrispondente momento del campione estratto da quella popolazione. Alla media $\mu(x)$ si sostituisce dunque la media campionaria $\bar{x}(x)$, alla varianza $\sigma^2(x)$ la sua stima campionaria $s^2(x)$ e così via. Se si desidera che le stime dei momenti siano indistorte si moltiplica il valore di ogni momento per un opportuno fattore di correzione. Questo fattore è uguale a 1 per la media, a $N/(N-1)$ per la varianza e a $N^2/[(N-1)(N-2)]$ per il momento del terzo ordine. Naturalmente una stima è tanto migliore quanto minore è la sua varianza, dalla quale dipende direttamente l'ordine di grandezza del possibile errore di previsione. Poiché la varianza della stima cresce, a parità di dimensione del campione, al crescere dell'ordine del momento da stimare, risulta operativamente opportuno considerare distribuzioni che dipendono dai momenti degli ordini più bassi.

4.2 Metodo degli L-moments

Un approccio alternativo per stimare i parametri di una distribuzione è l'impiego delle quantità, chiamate L-moments, che sono delle opportune combinazioni lineari dei valori dei campioni ordinati. Secondo Hosking (1990) gli L-moments sono in grado di caratterizzare un maggior numero di distribuzioni e sono più robusti essendo la loro stima meno distorta. La procedura per ottenere gli L-moments è quella di seguito descritta. Sia $x_1, \dots, x_n$ la serie campionaria di dimensione n , e $x_{1:n}, \dots, x_{n:n}$ la corrispondente serie ordinata; gli L-moments ed i loro rapporti sono espressi dalle seguenti relazioni:

$$L_1 = m(x)$$

$$L_2 = 2w_2 - L_1$$

$$L_3 = 6w_3 - 6w_2 + L_1$$

$$L_4 = 20w_4 - 30w_3 + 12w_2 - L_1$$

$$t_3 = L_3/L_2$$

$$t_4 = L_4/L_2. \tag{10}$$

dove L_r è l' r -esimo L-moment della serie e t_r è l' r -esimo rapporto degli L-moments della serie. Il primo momento L_1 è la media campionaria, il secondo L_2 rappresenta una misura della dispersione della serie, t_3 e t_4 sono noti come L-skewness e L-kurtosi della serie e sono considerati come misure di asimmetria e di peso della coda della distribuzione.

I parametri w_2 , w_3 e w_4 vengono calcolati come segue:

$$\begin{aligned}
w_2 &= \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=2}^n (i-1)x_{i:n} \\
w_3 &= \frac{1}{n(n-1)(n-2)} \sum_{i=3}^n (i-1)(i-2)x_{i:n} \\
w_4 &= \frac{1}{n(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=4}^n (i-1)(i-2)(i-3)x_{i:n}
\end{aligned} \tag{11}$$

e rappresentano delle stime dei cosiddetti «momenti pesati in probabilità» (Probability Weighed Moments-PWM).

Va notato che i valori di t_3 e t_4 per le distribuzioni a due parametri devono risultare costanti, non dipendendo da momenti di ordine superiore al secondo; ad esempio, per la distribuzione di Gumbel essi valgono rispettivamente 0.1699 e 0.1504. La circostanza potrebbe essere sfruttata, per serie campionarie molto lunghe, per valutare lo scostamento di queste serie dalla distribuzione teorica. Gli L-moments sono utili per stimare i parametri delle distribuzioni in modo alternativo rispetto al metodo dei momenti ordinari o della massima verosimiglianza.

4.3 Stima dei parametri della distribuzione GEV con il Metodo degli L-moments

Seguendo il metodo di stima proposto da Hosking (1990), i parametri della distribuzione GEV si possono stimare in funzione degli L-moments dei primi due ordini, L_1 e L_2 , e della L-skewness t_3 :

$$k = 7.8590 z + 2.9554 z$$

$$\alpha = L_2 \frac{k}{(1-2^{-k})\Gamma(1+k)}$$

$$u = L_1 + \frac{\alpha}{k} [\Gamma(1+k) - 1] \tag{12}$$

Dove

$$z = \frac{2}{(3+t_3)} - \frac{\ln 2}{\ln 3} \tag{13}$$

5. Frequenze campionarie e teoriche - test statistici

Per rifiutare o meno le ipotesi statistiche di appartenenza del campione ad una distribuzione candidata, oltre al ben noto test di Kolmogorov (Rosso e Kottegod, 1997), basato sul controllo del massimo scostamento tra la stima di frequenza cumulata e di probabilità prevista dal modello probabilistico adottato, si è effettuato il test di Hosking (1990).

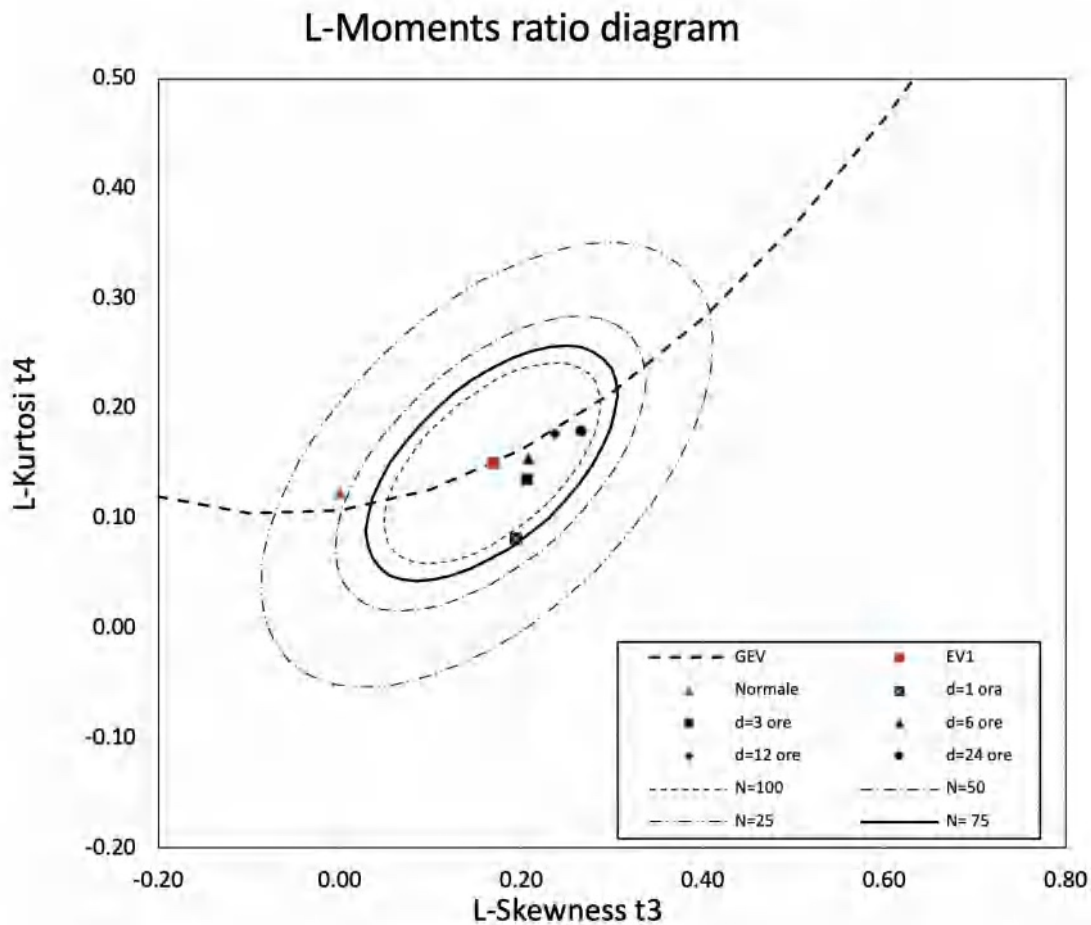


Figura 2 - Diagramma di Hosking 'L-moment Ratio Diagram' per i dati della stazione di Brescia. Intervalli di confidenza al 95% per la distribuzione EV1 con 100 (linea a punti), 50 (linea a tratto punto) e 25 (tratto-due punti) dati. Per la distribuzione normale la L-skewness vale 0.0 e la L-kurtosi vale 0.1226. Per la distribuzione EV1 i valori teorici valgono L-skew=0.1699 e L-kurtosi=0.1504, rispettivamente.

Il test viene eseguito tramite un diagramma denominato 'L-moment Ratio Diagram' che presenta in ascissa t_3 (L-skewness) ed in ordinata t_4 (L-kurtosi), consentendo di verificare l'accettabilità della distribuzione di Gumbel, e della GEV, per un livello di significatività del 5% in funzione del numero delle osservazioni. Come facilmente intuibile, si riporta sul diagramma il punto corrispondente al campione sperimentale per il quale si desidera eseguire il test. Se questo ricade all'interno dell'ellisse corrispondente alla sua numerosità campionaria, la distribuzione di Gumbel può non essere respinta. Naturalmente la vicinanza alla curva della GEV può essere utilizzata come criterio di validità di quest'ultima distribuzione.

6. Linee segnalatrici e invarianza di scala

Una volta stimati i parametri, e verificato che una data legge $P(x)$ sia adatta a rappresentare la variabilità naturale dei massimi annuali di altezza di precipitazione H_d , per le varie durate d , è possibile passare alla stima delle cosiddette linee segnalatrici di possibilità pluviometrica.

In sostanza, ipotizzare che la probabilità di non superamento del massimo annuale dell'altezza di pioggia di assegnata durata, d :

$$P_d(h) = \text{Prob}[H_d \leq h] \quad (14)$$

sia rappresentabile mediante un modello probabilistico valido per un certo campo di durate di interesse tecnico, equivale ad assumere che la $P(h)$ sia descrivibile mediante una stessa funzione che, a meno dei parametri, è invariante con la durata.

E' prassi comune, inoltre, che, in luogo delle probabilità di non superamento $P(h)$ di un dato valore h di altezza massima annuale di precipitazione in una assegnata durata, si faccia riferimento al suo *tempo di ritorno*:

$$T(h) = \frac{1}{1 - P(h)} \quad (15)$$

ove $T(h)$ rappresenta il numero di anni in cui h viene "mediamente" superato o eguagliato una sola volta. La definizione è sufficientemente accurata, di norma, per valori T superiori a 5÷10 anni.

Per un fissato tempo di ritorno T , l'esperienza suggerisce che la relazione per esprimere la dipendenza dell'altezza di pioggia, h , dalla sua durata, d , può essere assunta monomia del tipo:

$$h_T(d) = a(T) \cdot d^{n(T)} \quad (16)$$

dove $a(T)$ e $n(T)$ sono due parametri, dipendenti da T . Questa relazione, consolidata nella pratica idrologica italiana fin dall'inizio del ventesimo secolo, tanto da venir proposta nei libri di testo dei Corsi di Laurea in Ingegneria (Masoni, 1921), costituisce la cosiddetta *linea segnalatrice di possibilità pluviometrica*.

Dato che nello stimare i momenti dei campioni di altezza di precipitazione di durata prefissata, le varianze di stima risentono della limitata numerosità dei campioni generalmente disponibili, si è ritenuto opportuno utilizzare la metodologia di stima che ipotizza la cosiddetta invarianza di scala (semplice), rispetto alla durata, dei momenti di primo e secondo ordine.

In base a questa proprietà si suppone che sia possibile esprimere i momenti campionari dei primi due ordini mediante relazioni del tipo:

$$E[h_d] = E[h_1] d^{n_1} = m_1 d^{n_1} \quad (17)$$

$$E[h_d^2] = m_2 d^{2n_1} \quad (18)$$

dove $E[]$ indica la media della grandezza racchiusa tra parentesi quadre.

Questo significa che il coefficiente di variazione V_d dei campioni di altezza di precipitazione risulta costante rispetto alla durata:

$$V_d = \frac{\sigma_d}{\mu_d} = \frac{\sqrt{E[h_d^2] - E^2[h_d]}}{E[h_d]} = \frac{\sqrt{m_2 d^{2n_1} - m_1^2 d^{2n_1}}}{m_1 d^{n_1}} = \frac{\sqrt{m_2 - m_1^2}}{m_1} = CV = cost \quad (19)$$

Valendo questa proprietà, ne consegue che, stimati mediante regressione logaritmica i parametri m_1 ed n_1 , e quantificato il coefficiente di variazione CV_d per le varie durate di interesse, le linee segnalatrici sono rappresentate da un'espressione analitica del tipo:

$$h(d, T) = m_1 K_T d^{n_1} = a_T d^{n_1} \quad (20)$$

con

$$a_T = m_1 K_T = m_1 \left\{ 1 - \frac{CV\sqrt{6}}{\pi} \left[\varepsilon + \text{LnLn}\left(\frac{T}{T-1}\right) \right] \right\} \quad (21)$$

per la distribuzione di Gumbel, dove CV = coefficiente di variazione medio per le varie durate, nel modello scala-invariante e $\varepsilon=0.5772$ è il numero di Eulero;

$$a_T = m_1 \left\{ 1 - \text{sign}(k) CV \frac{[\exp(-kY_G) - \Gamma(1+k)]}{\sqrt{\Gamma(1+2k) - \Gamma^2(1+k)}} \right\} \quad (22)$$

per la distribuzione GEV, con

$$Y_G = -\text{LnLn} \frac{T}{T-1}, \text{ variabile ridotta di Gumbel,}$$

k = coefficiente di forma medio per le varie durate

CV = coefficiente di variazione dato dalla seguente relazione

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} = \left| \left(\frac{\alpha}{k} \right) \frac{\sqrt{\Gamma(1+2k) - \Gamma^2(1+k)}}{L_1} \right| \quad (23)$$

dove α si scrive in funzione degli L-moments come riportato nella relazione (12).

La proprietà empirica di invarianza di scala, già notata da diversi autori, era stata per la prima volta formalizzata in termini di CV costante da Moisello (1976) e successivamente ripresa da altri autori (Burlando e Rosso, 1996).

Nel caso in cui per i momenti di ordine generico valgano relazioni del tipo

$$E[h_d^r] = m_{r,1} d^{n_r} \quad \text{con } n_r \neq r \cdot n_1, \quad (24)$$

si dice che le piogge intense hanno un comportamento multiscala e le relazioni precedenti devono essere opportunamente modificate.

Le elaborazioni statistiche condotte attraverso le stime dei parametri delle distribuzioni hanno permesso di derivare le linee segnalatrici di possibilità pluviometrica per tutte le stazioni dell'area indagata. Di seguito, a titolo di esempio, vengono presentate le elaborazioni compiute con riferimento alla stazione di Brescia.

7. Esempio di applicazione: le precipitazioni intense di Brescia.

Al fine di chiarire il complesso delle elaborazioni statistiche condotte, si è ritenuto utile illustrare la metodologia prima descritta attraverso la stima delle linee segnalatrici di possibilità pluviometrica per la stazione di Brescia. I dati utilizzati sono quelli rilevati dal pluviografo sito presso l'I.T.A.S.- Pastori di Brescia la cui ricostruzione completa è stata eseguita di recente nel corso di uno studio appositamente condotto (Glisenti, 1998).

7.1 Stima dei momenti campionari e dei coefficienti di forma

Per la stazione pluviografica di Brescia sono disponibili i dati di altezza massima annuale di precipitazione registrati tra il marzo 1949 e il dicembre 2023 per le durate di precipitazione di 1, 3, 6, 12, 24 ore; le serie campionarie di osservazioni sono complete per tutti i campioni di assegnata durata e hanno dunque numerosità pari a 75 dati/durata.

Le serie campionarie sono riportate in Tabella 3, mentre Figura 3 riporta in forma grafica la serie storica delle precipitazioni massime annuali per le cinque durate considerate. Ciò che si osserva nel grafico, grazie anche alla presenza delle linee di tendenza, è un trend positivo per quanto riguarda i fenomeni di precipitazione intensa di breve durata, mentre il trend è negativo per i fenomeni di precipitazione intensa di durata maggiore delle sei ore.

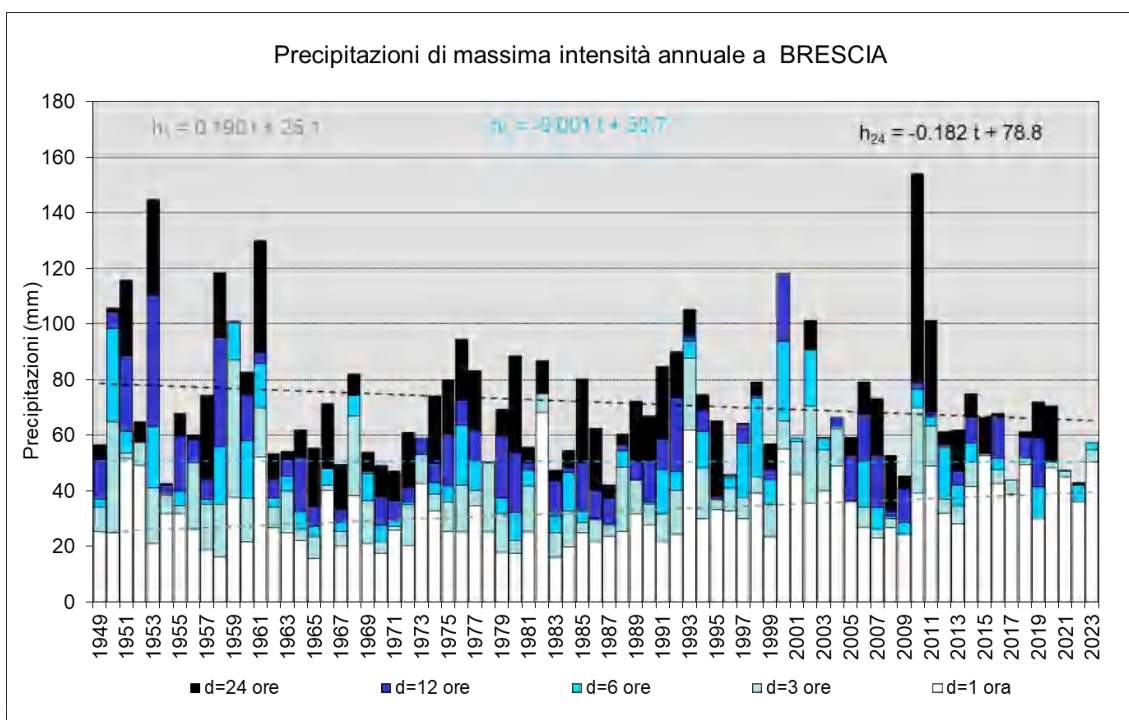


Figura 3 - Serie storica delle precipitazioni massime annuali di Brescia di durata pari a 1, 3, 6, 12, 24 ore (marzo 1949-2023) e relative linee di tendenza

Tabella 3 - Altezze di precipitazione massima annuale a Brescia per le durate di 1, 3, 6, 12 e 24 ore. Origine dati: 1949-2012 pluviografo meccanico ITAS Pastori, 2013-2021, 2023 pluviografo elettronico ITAS Pastori, 2022 pluviografo elettronico del DICATAM dell'Università di Brescia che il 24 maggio 2023 ha registrato 72.0, 90.8, 91.0, 94.8 e 94.8 mm, rispettivamente per le durate di 1, 3, 6, 12, 24 ore.

PRECIPITAZIONI MASSIME ANNUALI A BRESCIA															
Longitudine = 2°19'						Latitudine = 45°53'						Quota (m s.l.m.) = 149			
Bacino imbrifero del Mella									Provincia di Brescia						
	Durata (h)														
	1			3			6			12			24		
Anno	mm	INIZIO		mm	INIZIO		mm	INIZIO		mm	INIZIO		mm	INIZIO	
		giorno	mese		giorno	mese		giorno	mese		giorno	mese		giorno	mese
1949	25.56	6	lug.	34.02	6	lug.	37.04	6	lug.	51.08	30	mag.	56.68	6	lug.
1950	24.86	15	apr.	64.88	14	apr.	98.21	14	apr.	104.28	14	apr.	105.59	14	apr.
1951	51.48	25	lug.	53.54	25	lug.	61.18	23	lug.	88.50	23	lug.	115.79	23	lug.
1952	49.20	13	giu.	57.30	13	giu.	57.70	13	giu.	57.70	13	giu.	64.81	13	giu.
1953	21.06	18	ott.	41.07	9	set.	63.00	16	ott.	110.45	16	ott.	144.77	15	ott.
1954	31.60	15	giu.	38.50	15	giu.	38.50	15	giu.	42.00	15	giu.	42.70	20	ago.
1955	31.64	24	ago.	34.59	24	ago.	40.10	10	lug.	59.70	24	ago.	67.88	24	ago.
1956	26.00	9	lug.	50.00	9	lug.	50.16	9	lug.	58.20	24	mag.	60.09	24	mag.
1957	18.62	15	giu.	35.31	15	giu.	37.02	16	giu.	43.97	9	nov.	74.21	15	giu.
1958	16.39	26	giu.	35.18	26	giu.	56.09	26	giu.	94.98	26	giu.	118.32	25	giu.
1959	37.53	14	ago.	87.02	14	ago.	100.25	14	ago.	101.10	13	ago.	101.10	13	ago.
1960	21.59	26	giu.	37.19	15	giu.	58.04	15	giu.	74.60	6	ott.	82.62	6	ott.
1961	51.97	10	lug.	69.86	10	lug.	85.86	10	lug.	89.75	6	ott.	130.09	5	ott.
1962	26.50	10	mag.	34.13	10	mag.	37.38	10	mag.	44.08	24	mag.	53.23	23	mag.

1963	24.80	11	ago.	40.00	11	ago.	45.40	11	ago.	51.20	11	ago.	54.30	11	ago.
1964	22.20	2	giu.	25.91	2	giu.	32.53	8	ott.	51.86	8	ott.	61.99	8	ott.
1965	15.73	6	giu.	23.66	6	giu.	27.11	31	ago.	34.44	21	ago.	55.45	31	ago.
1966	40.23	24	ago.	41.92	24	ago.	47.94	21	ago.	47.94	21	ago.	71.45	2	nov.
1967	20.08	27	giu.	25.42	1	ott.	28.81	19	ago.	33.15	4	ago.	49.52	1	ott.
1968	38.08	29	ago.	67.04	29	ago.	74.24	29	ago.	74.24	29	ago.	82.12	29	ago.
1969	20.87	22	giu.	36.44	22	giu.	46.31	22	giu.	47.14	22	giu.	53.78	22	giu.
1970	17.55	17	giu.	21.77	17	giu.	27.60	7	ott.	37.88	7	mag.	49.21	6	mag.
1971	25.72	24	giu.	27.09	23	giu.	29.29	8	giu.	36.33	8	giu.	47.04	7	giu.
1972	20.48	31	ott.	34.79	12	giu.	35.90	12	giu.	41.04	11	lug.	61.14	11	giu.
1973	42.60	21	lug.	52.86	20	lug.	52.86	20	lug.	58.78	20	lug.	58.78	20	lug.
1974	32.88	26	ago.	38.89	26	ago.	42.82	26	ago.	49.65	26	ago.	74.15	26	ago.
1975	25.59	5	set.	36.21	10	mag.	41.67	10	mag.	60.34	16	nov.	80.02	16	nov.
1976	25.08	31	ago.	42.17	10	set.	63.78	22	lug.	72.66	3	ott.	94.48	2	ott.
1977	34.61	9	lug.	40.15	9	lug.	51.00	15	set.	61.72	15	set.	83.32	15	set.
1978	25.20	16	ago.	50.10	16	ago.	50.10	16	ago.	50.30	15	ago.	50.30	15	ago.
1979	17.69	17	ago.	32.09	4	ott.	37.25	17	ago.	59.80	17	ago.	69.23	17	ago.
1980	17.33	27	apr.	22.24	27	apr.	32.32	14	mar.	53.69	14	mar.	88.62	14	mar.
1981	25.07	12	lug.	41.69	12	lug.	47.46	12	lug.	49.93	26	set.	55.61	25	ott.
1982	68.04	5	ago.	74.97	5	ago.	74.97	5	ago.	74.97	4	ago.	86.64	4	ago.
1983	15.90	1	set.	24.78	1	set.	31.05	15	set.	43.52	15	set.	47.39	14	mar.
1984	19.70	20	mag.	32.77	23	set.	46.43	23	set.	48.34	23	set.	54.58	20	mag.
1985	24.73	9	lug.	28.66	21	mar.	32.89	21	mar.	50.17	16	gen.	80.14	16	gen.
1986	21.80	8	set.	29.56	11	lug.	29.85	28	mag.	40.39	31	gen.	62.54	31	gen.
1987	23.80	24	ago.	27.65	24	ago.	28.02	19	feb.	37.35	23	nov.	42.03	8	apr.

1988	25.36	28	mag.	48.51	28	mag.	54.37	28	mag.	56.50	27	mag.	60.45	30	mar.
1989	31.79	25	ago.	43.91	25	ago.	43.91	25	ago.	50.72	11	apr.	72.19	11	apr.
1990	27.85	9	lug.	35.30	23	mag.	35.69	8	dic.	50.94	8	dic.	66.91	8	dic.
1991	21.85	23	lug.	31.69	10	ott.	47.79	10	ott.	58.76	10	ott.	84.76	10	ott.
1992	24.18	11	giu.	40.40	11	giu.	46.95	11	giu.	73.57	2	ott.	90.16	2	ott.
1993	62.00	22	set.	87.59	22	set.	93.83	22	set.	95.58	22	set.	105.01	22	set.
1994	29.80	6	lug.	48.40	2	sett.	61.40	26	set.	69.00	26	set.	74.60	26	set.
1995	33.20	7	ago.	36.60	7	ago.	36.80	7	ago.	37.80	7	ago.	65.20	7	ago.
1996	33.00	2	lug.	40.80	2	lug.	45.00	2	lug.	46.00	2	lug.	46.00	2	lug.
1997	30.00	19	giu.	37.60	19	giu.	57.00	19	giu.	64.00	19	giu.	64.40	19	giu.
1998	39.00	23	mag.	45.00	23	mag.	73.40	5	set.	74.20	5	set.	79.20	4	set.
1999	23.40	28	lug.	35.20	28	lug.	44.20	28	lug.	47.60	21	ott.	56.80	21	ott.
2000	55.00	20	set.	65.20	20	set.	93.60	20	set.	118.20	20	set.	118.20	20	set.
2001	46.00	15	lug.	57.80	15	lug.	58.80	15	lug.	58.80	15	lug.	58.80	15	lug.
2002	35.60	4	ago.	70.60	4	ago.	90.60	4	ago.	90.60	4	ago.	101.40	4	ago.
2003	40.00	28	giu.	54.80	28	giu.	59.00	28	giu.	59.20	28	giu.	59.20	28	giu.
2004	49.00	16	set.	62.60	16	set.	63.40	16	set.	66.20	16	set.	66.20	16	set.
2005	36.20	20	ago.	36.40	20	ago.	36.40	20	ago.	52.60	3	ott.	59.20	8	sep.
2006	27.00	24	mag.	34.00	3	ago.	50.80	3	ago.	67.60	3	ago.	79.20	3	ago.
2007	23.00	17	sep.	26.00	17	sep.	34.00	27	sep.	52.80	27	sep.	73.00	23	nov.
2008	26.60	3	nov.	30.00	3	nov.	30.80	3	nov.	32.80	3	nov.	52.80	4	nov.
2009	24.40	3	ago.	24.40	3	ago.	28.60	14	sep.	40.80	14	sep.	45.40	24	dic.
2010	39.20	5	mag.	70.00	5	mag.	76.60	5	mag.	79.20	5	mag.	154.00	5	mag.
2011	49.0	20	lug.	63.4	5	sett.	66.6	5	sett.	68.4	5	sett.	101.2	4	sett.
2012	32.0	5	lug.	37.0	5	lug.	55.6	5	lug.	56.6	5	lug.	61.2	21	mag.

2013	28.0	14	ago.	34.2	27	giu.	42.0	27	giu.	47.2	28	giu.	61.8	17	mag.
2014	41.4	26	lug.	50.2	26	lug.	57.2	26	lug.	66.2	26	lug.	75.0	27	lug.
2015	52.6	9	giu.	53.2	9	giu.	53.2	9	giu.	53.2	9	giu.	66.4	6	feb.
2016	42.6	27	lug.	47.8	28	lug.	51.8	10	ago.	66.8	10	ago.	67.8	12	mag.
2017	38.8	12	set.	43.8	12	sep.	43.8	12	sep.	43.8	12	sep.	43.8	12	sep.
2018	49.4	16	lug.	51.8	16	lug.	51.8	16	lug.	59.2	29	ott.	61.4	30	ott.
2019	30.2	12	ago.	30.2	12	ago.	41.4	3	nov.	58.8	3	nov.	72.0	3	nov.
2020	48.4	24	lug.	50.4	24	lug.	50.6	24	lug.	50.6	24	lug.	70.4	3	ago.
2021	45.0	16	set.	47.2	17	set.	47.4	17	set.	47.4	17	set.	47.4	5	sett.
2022	36.0	7	giu.	36.0	6	giu.	42.0	6	giu.	42.4	6	giu.	43.0	6	giu.
2023	50.8	24	mag.	55.2	24	mag.	57.2	24	mag.	57.2	24	mag.	57.2	24	mag.

Per ogni durata sono stati quindi stimati i valori della media e della deviazione standard (indistorta) campionarie, del coefficiente di variazione CV, dato dal rapporto tra lo scarto quadratico medio e la media, dei coefficienti di asimmetria campionario (Skewness) e di curtosi, e della pendenza della retta di regressione delle altezze di precipitazione rispetto al tempo. Questi parametri sono riportati in Tabella 4.

Tabella 4: Stima della media, della deviazione standard, dei coefficienti di variazione, di asimmetria e di curtosi per le piogge massime annuali da 1 a 24 ore registrate al pluviografo ITAS-Pastori di Brescia.

	Durata (h)				
	1 ora	3 ore	6 ore	12 ore	24 ore
N° DATI	75	75	75	75	75
Min	15.7	21.8	27.1	32.8	42.0
Max	68.0	87.6	100.3	118.2	154.0
Media (mm)	32.37	43.39	50.69	59.31	71.91
Dev. st _{n-1} (mm)	11.87	14.88	17.62	18.66	23.64
CV	0.367	0.343	0.348	0.315	0.329
skew	0.81	0.97	1.07	1.18	1.39
curtosi	0.06	0.67	0.89	1.18	2.04
pendenza (mm a ⁻¹)	0.190	0.048	-0.001	-0.120	-0.183

7.2 Stima dei parametri delle distribuzioni di probabilità

Ai fini della scelta della distribuzione di probabilità più adatta a rappresentare la variabilità naturale dei dati campionari è stato prima necessario determinare il valore dei parametri da cui le distribuzioni teoriche dipendono. Si sono quindi stimati i parametri α ed u , per la distribuzione di Gumbel, mentre per la distribuzione GEV si è stimato anche il parametro di forma k . Il metodo di stima utilizzato, noto per essere il più semplice e pratico, è il metodo dei momenti; a questo sono stati poi affiancati anche il metodo dei momenti pesati in probabilità (PWM) e il metodo degli L-moments, metodo che utilizza combinazioni lineari, tramite coefficienti dipendenti dalla frequenza cumulata empirica, dei dati campionari.

Si riportano in Tabella 5 i parametri ottenuti applicando le relazioni di stima illustrate nei precedenti paragrafi, con anche gli L-moments dei primi quattro ordini, la L-skewness e la L-kurtosis delle precipitazioni corrispondenti alle varie durate. Limitatamente alla distribuzione di Gumbel, si può rilevare una sostanziale coincidenza (riscontrata anche per le altre stazioni analizzate) tra i parametri stimati con i due metodi proposti. I parametri stimati con il metodo degli L-moments non sono stati riportati in tabella in quanto coincidenti, chiaramente, con i parametri stimati con il metodo dei momenti pesati in probabilità. La stima dei momenti-L e dei relativi rapporti è stata comunque necessaria per l'esecuzione del test di Hosking.

Tabella 5: Stima dei parametri delle distribuzioni tramite il metodo dei momenti (MM) e dei momenti pesati in probabilità (PWM) per le piogge massime annuali di varia durata della stazione di Brescia. Segue la stima degli L-moments dei primi 4 ordini. Il valore medio del parametro di forma della distribuzione GEV risulta $k = -0.079$.

<i>Parametri Gumbel MM</i>	Durata (h)				
	1	3	6	12	24
α (mm)	9.25	11.60	13.74	14.55	18.42
u (mm)	27.02	36.70	42.76	50.91	61.27
<i>Parametri GEV MM</i>					
k	0.061	0.029	0.012	-0.006	-0.039
α (mm)	9.96	12.03	13.95	14.43	17.47
ξ (mm)	27.19	36.79	42.80	50.89	61.13
<i>Parametri Gumbel PWM</i>					
α (mm)	9.65	11.68	13.23	13.84	17.56
u (mm)	26.80	36.65	43.05	51.33	61.78
<i>Parametri GEV PWM</i>					
k	-0.035	-0.055	-0.058	-0.102	-0.145
α (mm)	9.24	11.19	13.09	13.07	15.49
ξ (mm)	26.70	36.29	42.35	50.32	60.39
<i>L-Moments</i>					
$L1$	32.37	43.39	50.69	59.31	71.91
$L2$	6.61	8.17	9.59	10.04	12.52
$L3$	1.28	1.68	1.99	2.38	3.33
$L4$	0.53	1.11	1.49	1.78	2.24
$t3$	0.19	0.21	0.21	0.24	0.27
$t4$	0.08	0.14	0.15	0.18	0.18

7.3 Frequenza campionaria e test di adattamento

Il confronto fra le distribuzioni di probabilità teoriche, candidate a rappresentare la variabilità osservata di una data grandezza assimilabile a variabile casuale, e il suo ‘reale’ comportamento viene normalmente condotto in termini di scostamento tra frequenza di non superamento osservata e quello previsto dalle distribuzioni stesse. Tale operazione può essere condotta graficamente, in modo visivo, riportando in un piano avente in ordinata il valore dell’altezza di precipitazione e in ascissa quello del tempo di ritorno, e mettendo in diagramma la frequenza campionaria, stimata ad esempio tramite la formula di Gringorten, e quella teorica ottenibile tramite le relazioni analitiche che esprimono il valore della probabilità per i vari modelli supposti; si riportano di seguito i grafici suddivisi in base alla distribuzione presa in esame (Figura 4). Lo stesso test è stato eseguito, in prima battuta, considerando i campioni normalizzati rispetto alla loro media campionaria per poi fare lo stesso con un campione unico derivante dal pooling dei dati normalizzati (Figura 5).

Un altro test grafico, utilizzato in diversi studi recenti (Nguyen, 2017) è il cosiddetto grafico quantile-quantile (Q-Q). Esso si ottiene riportando sul piano le coppie altezza di precipitazione osservata–quantile stimato tramite distribuzione di probabilità, dove il quantile ha il medesimo tempo di ritorno dell’altezza osservata. I grafici (non riportati in questa sede) mostrano come entrambe le distribuzioni si adattino bene alla coda sinistra e alla parte centrale della serie mentre sovrastimino o sottostimino, senza seguire particolari tendenze, la coda destra delle osservazioni: si può dunque affermare che tutte le distribuzioni mostrano un buon grado di adattamento al campione di osservazioni, non è però chiaro quale delle due sia la distribuzione migliore per il nostro caso in quanto il criterio visivo è alquanto soggettivo. Anche i risultati del test di Hosking (Figura 2) non permettono di stabilire quale distribuzione, tra la EV1 e la GEV, si adatti meglio a descrivere i dati campionari.

Appare perciò utile, in questi casi, fare riferimento ad indicatori statistici che traducano tali risultati in maniera oggettiva. Uno dei test più utilizzati in tal senso è quello di Kolmogorov-Smirnov, un test molto diffuso per verificare l’adattamento di un campione ad una distribuzione ipotizzata, che consiste nel confrontare il modulo del massimo scostamento tra probabilità stimata $P(x_i)$ e frequenza cumulata $F(x_i)$ col valore (massimo) ammissibile dello scostamento teorico, $D_{N,\alpha}$ (funzione della numerosità del campione N e della significatività α), quando $P(x)$ è la distribuzione vera. Lo scostamento teorico, per un campione di numerosità $N > 40$ e per significatività $\alpha = 0.10$, è dato dalla relazione $D = 1.22/\sqrt{N}$. Nel nostro caso il test viene superato per tutti e cinque i campioni con entrambe le distribuzioni considerate (Tabella 6). Questa circostanza indica che, in generale, nel formulare un’ipotesi circa la distribuzione di probabilità di una variabile aleatoria, e nel determinare i criteri per la sua accettabilità, esiste un elevato grado di arbitrarietà. Soltanto l’analisi intensiva a scala territoriale abbastanza vasta consente di trarre conclusioni di merito che abbiano qualche affidabilità.

Per cercare di pervenire a una soluzione del problema, la via da intraprendere appare dunque diversa. In sostanza, come verrà mostrato meglio nel prossimo paragrafo, dedicato alla stima delle LSPP, la scelta può essere effettuata basandosi su considerazioni circa le implicazioni delle varie ipotesi e le conseguenze sulla previsione delle piogge intense che esse comportano.

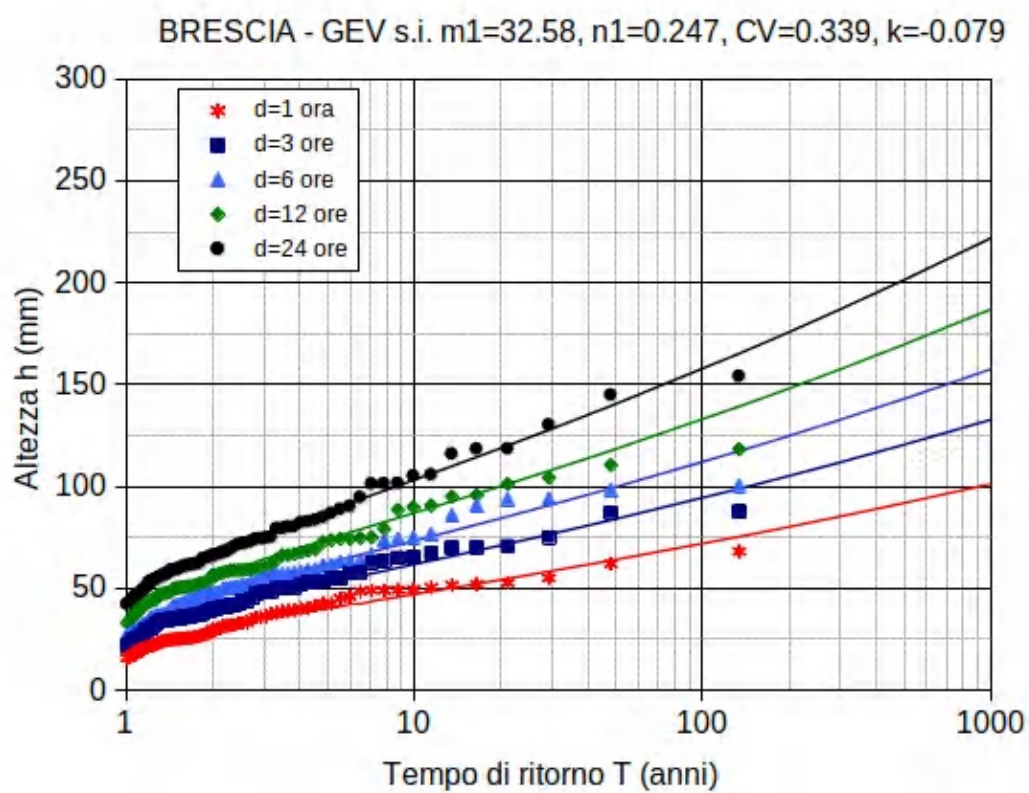
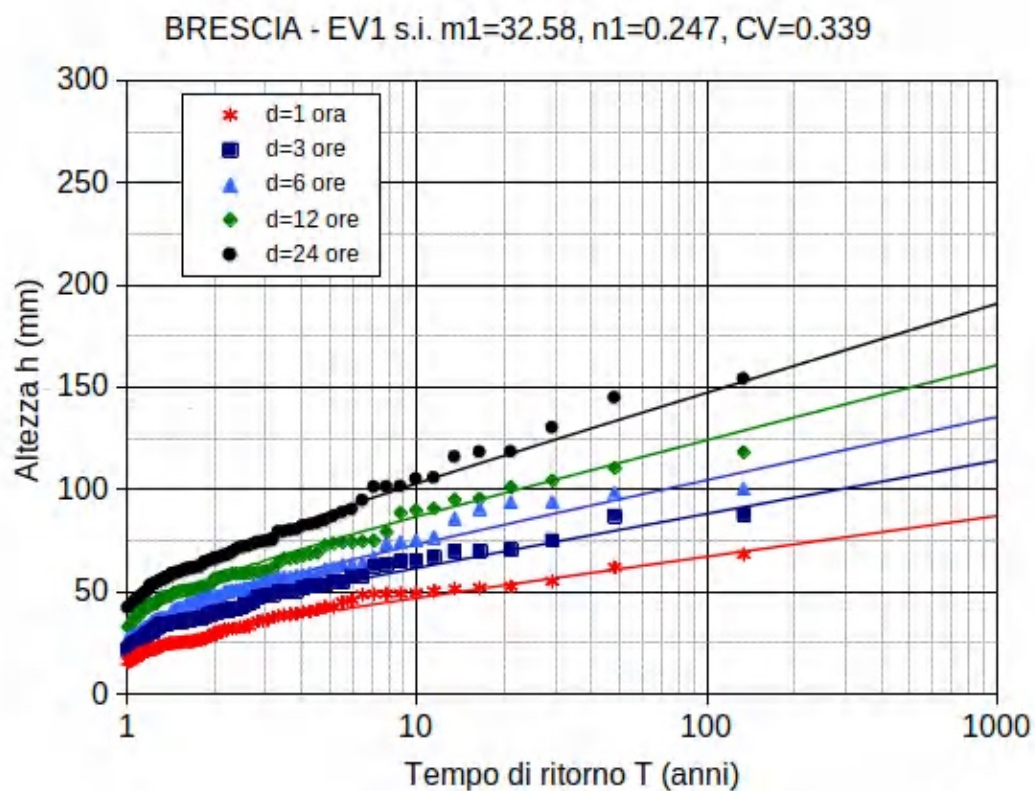


Figura 4 - Adattamento delle distribuzioni teoriche ai campioni di diversa durata (Gringorten)

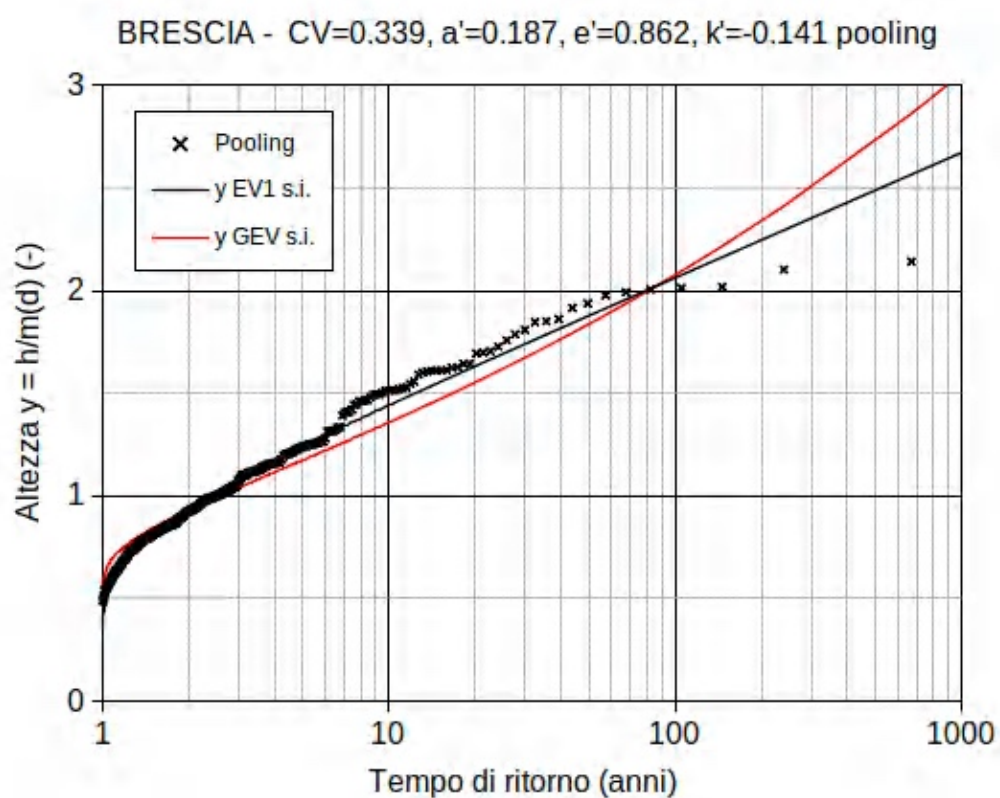
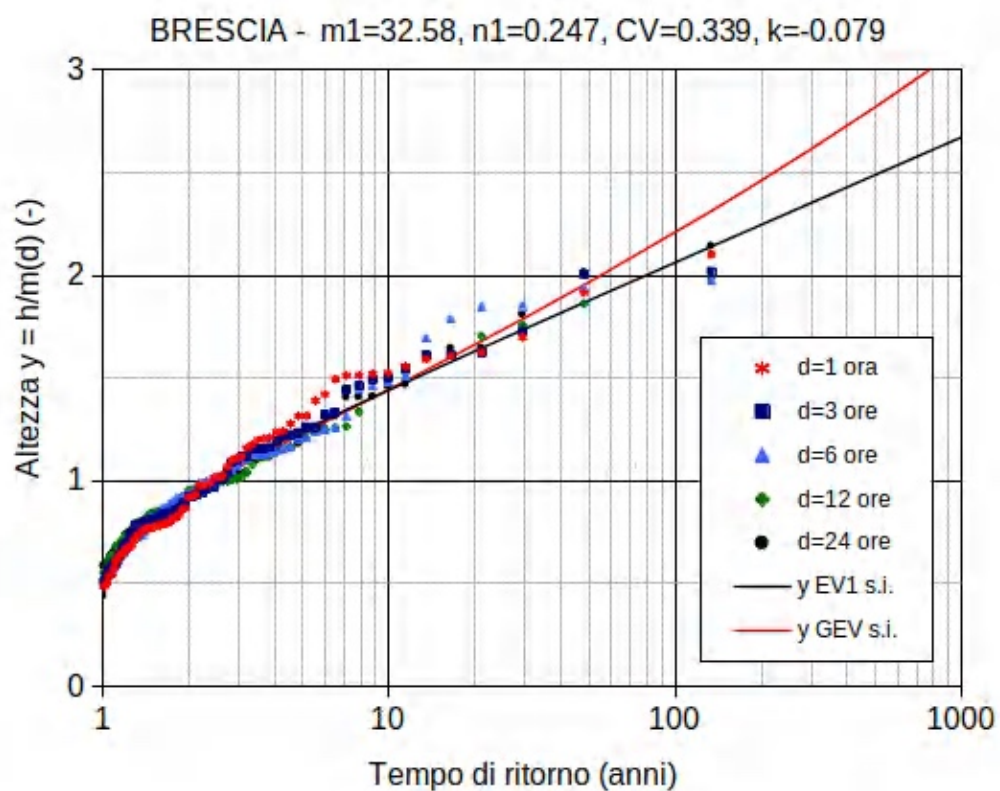


Figura 5 - Adattamento delle distribuzioni teoriche ai campioni adimensionalizzati (sopra) e al campione ottenuto dal pooling (sotto)

Tabella 6: Scostamenti massimi tra la distribuzione di probabilità teorica e campionaria a Brescia.

<i>Test di Kolmogorov</i>	Durata (h)				
	1	3	6	12	24
<i>D_EVI</i>	0.096	0.064	0.046	0.080	0.064
<i>D_GEV</i>	0.083	0.059	0.044	0.051	0.053
<i>D_{N,a}</i>	0.141	0.141	0.141	0.141	0.141

7.4 Stima delle linee segnalatrici di possibilità climatica

Come già osservato nei precedenti paragrafi, per stimare i parametri che caratterizzano le piogge intense di breve durata di una generica stazione considerata si può spesso fare l'ipotesi che i momenti di vario ordine r delle precipitazioni riscalinno rispetto alla loro durata d , con relazioni del tipo:

$$m_{r,d} = m_{r,1} d^{rn_1} \quad (25)$$

dove n_1 è l'esponente di scala dei momenti di primo ordine (le medie). Tale ipotesi è nota come 'invarianza di scala (semplice)' delle piogge intense e, quale maggiore implicazione, comporta che le piogge di varia durata abbiano lo stesso coefficiente di variazione, calcolabile come un unico coefficiente globale valevole per tutte le durate, che nel nostro caso è risultato pari a 0.339.

Il coefficiente di variazione globale si ottiene accorpando in un unico campione tutte le serie storiche corrispondenti alle k durate considerate, dopo aver normalizzato ciascuna serie rispetto alla propria media m_j ($j=1, \dots, k$):

$$CV = \sqrt{\sum_{j=1}^k \frac{N_j - 1}{N_{tot} - 1} cv_j^2} \quad (26)$$

In Figura 6, assieme al valore medio del coefficiente di variazione sono rappresentate, in tratteggio, le relative fasce di confidenza. Esse sono state determinate assumendo distribuite secondo la legge normale le altezze di pioggia normalizzate per la rispettiva media. Ipotesi che, pur non corrispondendo ai risultati delle innumerevoli analisi di dati condotte in gran parte del mondo, comporta una ragionevole stima della varianza di stima del coefficiente di variazione CV . In questo caso tale varianza è funzione del numero di dati N_e che possono essere considerati statisticamente indipendenti:

$$Var[CV] = \frac{CV^2}{N_e} \left(\frac{1}{2} + CV^2 \right) \quad (27)$$

La letteratura scientifica (Rossi e Villani, 1994) propone di calcolare N_e in funzione del numero N_d delle serie di dati (nel nostro caso le cinque durate) e della media dei quadrati dei coefficienti di correlazione ρ_d tra le serie distinte:

$$N_e = \frac{N}{1 + (N_d - 1)\bar{\rho}_d^2} \quad (28)$$

Risulta facile verificare che se i dati fossero perfettamente correlati, ad indicare la sostanziale coincidenza dell'informazione fornita dai dati di pioggia di diversa durata, il numero di dati indipendenti sarebbe pari a $N/5$ e coinciderebbe, quindi, con la numerosità media di ciascuna delle serie.

Calcolata la varianza di stima di CV con la (27) e le relative fasce di confidenza con livello di significatività $\alpha=0.05$, si riportano in Figura 6 anche gli errori standard di stima dei coefficienti di variazione, per ciascuna durata, tramite le doppie barre di variabilità. Si vede come l'ipotesi di invarianza di scala risulti confermata.

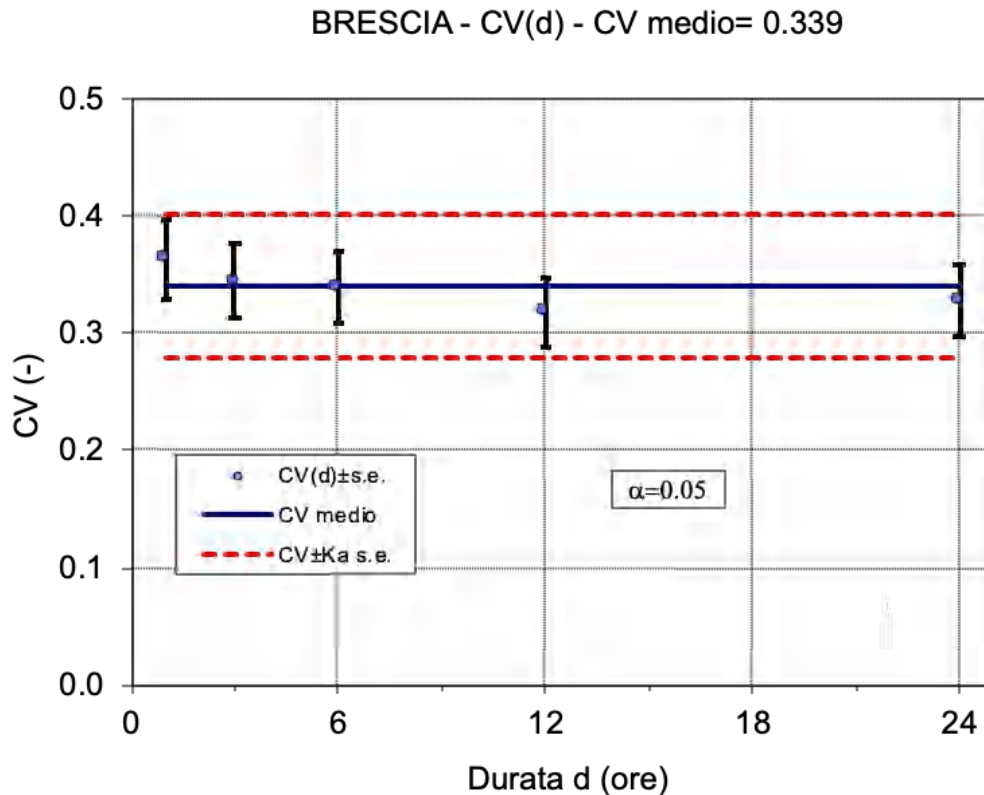


Figura 6 – Coefficienti di variazione campionari relativi alle piogge massime annuali di durata compresa tra 1 ora e 24 ore.

Con riferimento alla relazione (25) il coefficiente di scala del momento di ordine r rappresenta l'inclinazione della retta interpolante, in un piano logaritmico, dei momenti di ordine r , calcolati rispetto all'origine, in funzione delle durate. Per stimare il coefficiente di scala n_1 della media si sono perciò interpolati i valori di media per le cinque durate disponibili (Figura 7) con la retta:

$$\text{Log}(m_1)_d = n_1 \text{Log}(d) + \text{Log}(m_1) \quad (29)$$

Tabella 7: Parametri LSPP per la stazione di Brescia, ottenuti analizzando le piogge massime annuali da 1 a 24 ore registrate al pluviografo ITAS-Pastori di Brescia.

m_1	32.58	+/-	1.39	(mm h ⁻ⁿ¹)
n_1	0.247	+/-	0.019	(-)
CV	0.339	+/-	0.023	(-)
m_2	1200.0	+/-	93.70	(mm ² h ⁻ⁿ²)
n_2	0.486	+/-	0.011	(-)

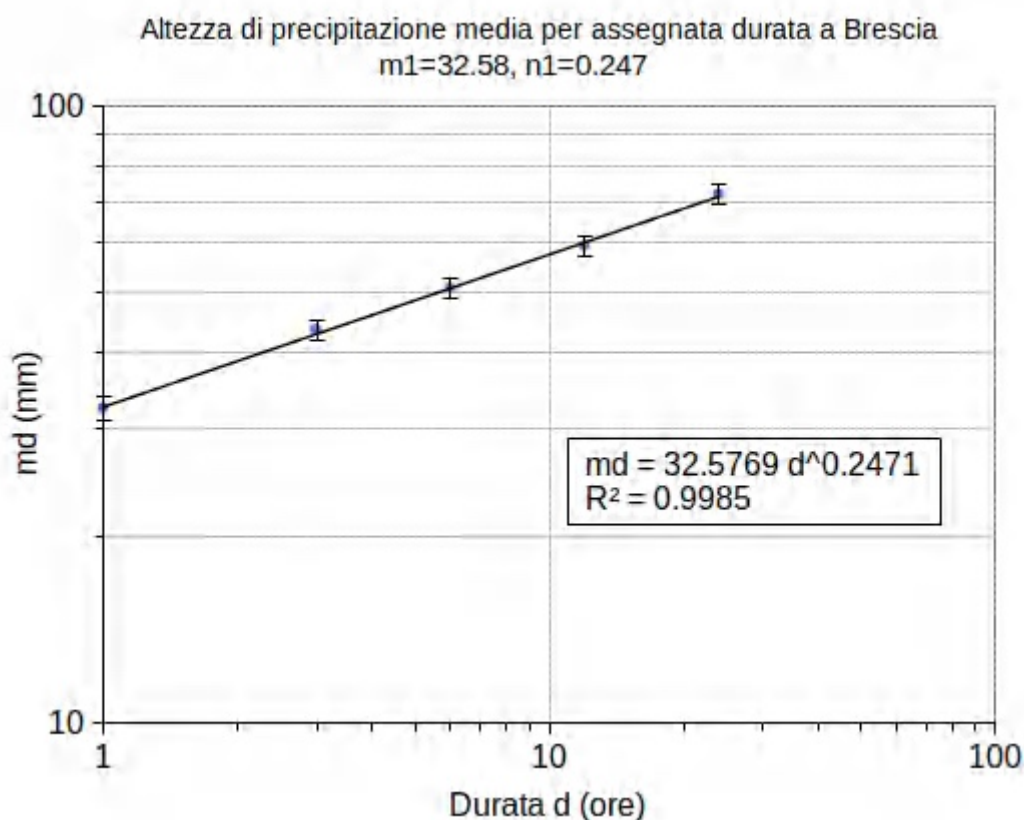


Figura 7 - Rappresentazione dei valori campionari della media e della retta interpolante nel piano logaritmico.

Una volta stimati i valori di m_1 , n_1 , CV e k, determinati i parametri delle distribuzioni di probabilità teoriche presupposte, e accertata tramite opportuni test la loro affidabilità, è interessante risalire ai quantili di altezza di pioggia previsti con le varie distribuzioni per assegnati tempi di ritorno al variare delle durate. Nelle tabelle successive sono riportati i quantili delle altezze di precipitazione calcolati secondo le due distribuzioni EV1 e GEV, assieme agli errori standard di stima.

Per la valutazione degli errori standard di stima sono state utilizzate tre metodologie differenti. Nei casi in cui sia stata fatta l'ipotesi di modello scala invariante l'errore standard è stato determinato secondo la metodologia proposta da Stuart e Ord (1994) e di seguito si richiama solamente l'equazione generale:

$$S.E. = \sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial m_1}\right)Var(m_1) + \left(\frac{\partial h}{\partial CV}\right)Var(CV) + \left(\frac{\partial h}{\partial n_1}\right)Var(n_1)} \quad (30)$$

Nei casi in cui l'ipotesi di invarianza di scala non fosse confermata, gli errori standard per la distribuzione Gumbel sono stati determinati secondo la metodologia proposta da Kite (1988), secondo cui l'equazione generale dell'errore standard di stima per una distribuzione a due parametri è:

$$S_T^2 = \frac{\mu_2}{N} \left\{ 1 + K\gamma_1 + \frac{K^2}{4}[\gamma_2 - 1] \right\} \quad (31)$$

dove μ_2 è il momento del secondo ordine, γ_1 e γ_2 sono i rapporti dei momenti e K è il fattore di frequenza.

Considerando che con il metodo dei momenti i rapporti γ_1 e γ_2 sono pari rispettivamente a 1.1396 e 5.4002, si ottiene, per l'errore standard, la relazione:

$$S.E._{EV1} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \left(1 + 1.1396 K + 1.1000 K^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (32)$$

dove K è il fattore di frequenza della distribuzione di Gumbel mentre σ non è altro che la deviazione standard del campione.

Nel caso della distribuzione GEV l'errore standard è determinato secondo la metodologia proposta da De Michele e Rosso (2001). Considerando - con la trattazione completa riportata in precedenza: equazione (20) e successive - il quantile delle altezze di precipitazione di durata assegnata $h(d,T)$ dato dal prodotto di una quantità indice, che nel nostro caso è la media campionaria μ , per un fattore di crescita K_T , funzione del tipo di distribuzione, possiamo calcolare la deviazione standard di stima del quantile tramite la relazione:

$$S.E._{GEV} = \sqrt{\sigma_{K_T}^2 \sigma_\mu^2 + \sigma_{K_T}^2 \mu^2 + \sigma_\mu^2 K_T^2} \quad (33)$$

dove

- K_T per la distribuzione GEV è dato dalla relazione:

$$K_T = \xi' + \frac{\alpha'}{k} \left[1 - \left(\ln \ln \frac{T}{T-1} \right)^k \right] \quad (34)$$

con ξ' , α' e k parametri della distribuzione GEV ottenuti con campione normalizzato rispetto alla media, sottoposto al pooling.

- σ_{K_T} è la varianza di stima del fattore di crescita T-ennale, data dalla relazione:

$$\sigma_{K_T}^2 = \frac{\alpha'^2}{n} \exp \left[y_T \exp(-1.823 k - 0.165) \right] \quad (35)$$

con $y_T = -\ln \ln \left(\frac{T}{T-1} \right)$ variabile ridotta di Gumbel.

- σ_μ è la varianza della media, data da:

$$\sigma_\mu^2 = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (36)$$

In Figura 8 si riportano infine le linee segnalatrici di possibilità pluviometrica per la stazione di Brescia ottenute con le distribuzioni EV1 e GEV nell'ipotesi di modello scala invariante.

Come si evince dalle figure e dalle corrispondenti tabelle (8a,b e 9a,b), gli scostamenti tra i valori previsti dalle due distribuzioni, anche per tempi di ritorno piuttosto elevati, sono alquanto contenuti. Tale circostanza può essere tenuta presente in sede di scelta del modello regionale da adottare per l'intera area di indagine.

Tabella 8a - Quantili di $h(d,T)$ secondo la distribuzione di Gumbel nell'ipotesi di invarianza di scala, errori standard di stima (s.e.) e intervallo di confidenza dei quantili (significatività $\alpha=0.05$). K_T rappresenta il fattore di frequenza.

T (anni)	Durata (h)					a_T (mm h ⁻ⁿ¹)
	1	3	6	12	24	
10	47.0	61.6	73.1	86.8	103.0	46.97
20	53.2	69.8	82.8	98.2	116.6	53.17
30	56.7	74.4	88.3	104.8	124.4	56.73
100	67.2	88.2	104.6	124.2	147.4	67.20
200	73.2	96.0	113.9	135.2	160.5	73.18
500	81.1	106.4	126.2	149.8	177.8	81.08
T (anni)	standard error s.e.					K_T
10	2.23	3.20	4.28	5.83	7.94	1.305
20	2.67	3.79	5.03	6.78	9.18	1.866
30	2.93	4.14	5.47	7.35	9.91	2.189
100	3.71	5.21	6.80	9.04	12.09	3.137
200	4.17	5.83	7.57	10.03	13.36	3.679
500	4.78	6.66	8.61	11.34	15.04	4.395
T (anni)	$h_T(d)-K_\alpha$ s.e.; $h_T(d)+K_\alpha$ s.e.					
10	42.6; 51.3	55.4; 67.9	64.7; 81.5	75.4; 98.2	87.5; 118.6	
20	47.9; 58.4	62.3; 77.2	72.9; 92.6	84.9; 111.5	98.6; 134.6	
30	51.0; 62.5	66.3; 82.5	77.6; 99.0	90.4; 119.2	105.0; 143.8	
100	59.9; 74.5	77.9; 98.4	91.3; 117.9	106.4; 141.9	123.7; 171.1	
200	65.0; 81.4	84.6; 107.4	99.1; 128.8	115.6; 154.9	134.3; 186.7	
500	71.7; 90.5	93.3; 119.4	109.4; 143.1	127.6; 172.0	148.3; 207.3	

Tabella 8b - Quantili di $h(d,T)$ secondo la distribuzione di Gumbel con il metodo della regolarizzazione dei quantili, errori standard di stima (s.e.) e intervallo di confidenza dei quantili (significatività $\alpha=0.05$).

T (anni)	Durata (h)					a_T (mm h ⁻ⁿ¹)	n_T
	1	3	6	12	24		
10	48.0	62.2	73.1	86.1	101.3	48.0	0.235
20	54.7	70.5	82.8	97.2	114.1	54.7	0.231
30	58.5	75.3	88.3	103.6	121.5	58.5	0.230
100	69.7	89.4	104.6	122.4	143.2	69.7	0.226
200	76.2	97.5	113.9	133.1	155.6	76.2	0.225
500	84.6	108.2	126.2	147.3	172.0	84.6	0.223
T (anni)	standard error s.e.						
10	2.86	3.59	4.25	4.50	5.70		
20	3.62	4.53	5.37	5.68	7.20		
30	4.06	5.09	6.02	6.38	8.08		
100	5.38	6.74	7.99	8.46	10.71		
200	6.14	7.70	9.12	9.66	12.23		
500	7.16	8.97	10.62	11.25	14.25		
T (anni)	$h_T(d)-K_\alpha$ s.e.; $h_T(d)+K_\alpha$ s.e.						
10	42.4; 53.6	55.1; 69.2	64.8; 81.5	77.2; 94.9	90.1; 112.4		
20	47.6; 61.8	61.6; 79.4	72.3; 93.3	86.1; 108.3	100.0; 128.2		
30	50.6; 66.5	65.4; 85.3	76.5; 100.1	91.1; 116.1	105.7; 137.3		
100	59.2; 80.3	76.2; 102.6	89.0; 120.3	105.8; 139.0	122.2; 164.2		
200	64.1; 88.2	82.4; 112.6	96.1; 131.8	114.2; 152.1	131.6; 179.6		
500	70.6; 98.7	90.6; 125.7	105.4; 147.1	125.3; 169.4	144.0; 199.9		

Tabella 9a: Quantili di $h(d,T)$ stimati secondo la distribuzione GEV nell'ipotesi di invarianza di scala, errori standard di stima (s.e.) e intervallo di confidenza dei quantili (significatività $\alpha=0.05$). K_T rappresenta il fattore di frequenza.

T (anni)	Durata (h)					a_T (mm h ⁻ⁿ¹)
	1	3	6	12	24	
10	46.4	60.8	72.2	85.7	101.7	46.38
20	53.2	69.7	82.8	98.2	116.6	53.16
30	57.2	75.1	89.1	105.8	125.5	57.24
100	70.0	91.8	109.0	129.4	153.5	70.01
200	77.9	102.2	121.3	143.9	170.8	77.89
500	89.0	116.7	138.5	164.4	195.1	88.96
T (anni)	standard error s.e.					K_T
10	2.19	3.15	4.21	5.74	7.82	1.251
20	2.67	3.79	5.03	6.78	9.18	1.865
30	2.96	4.20	5.53	7.43	10.01	2.235
100	3.93	5.50	7.16	9.50	12.68	3.392
200	4.53	6.32	8.19	10.81	14.36	4.106
500	5.40	7.49	9.65	12.66	16.74	5.109
T (anni)	$h_T(d)-K_\alpha$ s.e.; $h_T(d)+K_\alpha$ s.e.					
10	42.1; 50.7	54.7; 67.0	64.0; 80.5	74.5; 97.0	86.4; 117.0	
20	47.9; 58.4	62.3; 77.2	72.9; 92.6	84.9; 111.5	98.6; 134.6	
30	51.4; 63.1	66.9; 83.3	78.3; 100.0	91.2; 120.3	105.9; 145.2	
100	62.3; 77.7	81.1; 102.6	95.0; 123.0	110.7; 148.0	128.7; 178.4	
200	69.0; 86.8	89.8; 114.6	105.2; 137.3	122.7; 165.1	142.7; 199.0	
500	78.4; 99.5	102.0; 131.4	119.6; 157.4	139.6; 189.2	162.3; 227.9	

Tabella 9b: Quantili di $h(d,T)$ stimati secondo la distribuzione GEV con il metodo della regolarizzazione dei quantili, errori standard di stima (s.e.) e intervallo di confidenza dei quantili (significatività $\alpha=0.05$).

T (anni)	Durata (h)					a_T (mm h ⁻¹)	n_T
	1	3	6	12	24		
10	48.6	62.4	73.1	85.7	100.4	48.6	0.228
20	55.7	71.7	84.2	98.7	115.8	55.7	0.230
30	59.8	77.3	90.8	106.7	125.4	59.8	0.233
100	72.2	94.4	111.7	132.3	156.6	72.2	0.244
200	79.4	104.7	124.7	148.5	176.8	79.4	0.252
500	89.0	119.0	143.0	171.7	206.3	89.0	0.265
T (anni)	standard error s.e.						
10	3.59	4.47	5.27	5.64	7.31		
20	4.71	5.93	7.01	7.70	10.27		
30	5.54	7.02	8.29	9.28	12.59		
100	9.06	11.77	13.93	16.45	23.56		
200	12.15	16.00	18.96	23.10	34.12		
500	18.07	24.21	28.75	36.45	56.07		
T (anni)	$h_T(d)-K_\alpha$ s.e.; $h_T(d)+K_\alpha$ s.e.						
10	41.5; 55.6	53.6; 71.2	62.8; 83.5	74.6; 96.7	86.0; 114.7		
20	46.5; 64.9	60.1; 83.4	70.4; 97.9	83.6; 113.8	95.7; 136.0		
30	49.0; 70.7	63.5; 91.0	74.6; 107.1	88.5; 124.9	100.7; 150.1		
100	54.4; 90.0	71.3; 117.4	84.4; 139.0	100.0; 164.5	110.4; 202.8		
200	55.6; 103.2	73.4; 136.1	87.5; 161.8	103.2; 193.7	109.9; 243.7		
500	53.6; 124.4	71.6; 166.5	86.6; 199.3	100.3; 243.2	96.4; 316.2		

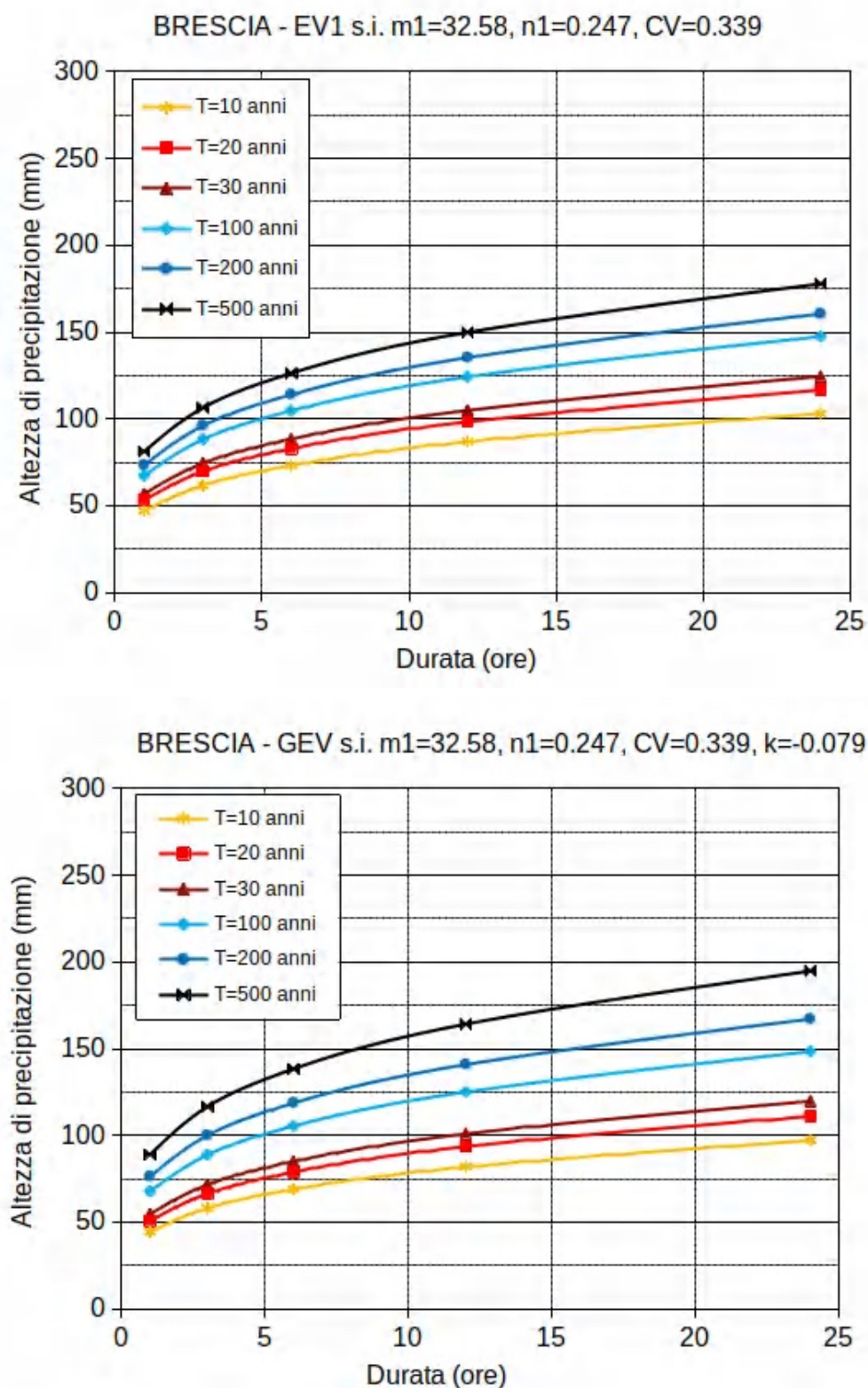


Figura 8 - Rappresentazione dei valori dei quantili al variare della durata e del tempo di ritorno stimati assumendo la distribuzione di Gumbel (EV1), in alto, e GEV, in basso, con parametri di posizione e scala assunti invarianti rispetto alla durata (modello scala-invariante). Le curve interpolari rappresentano le linee segnalatrici di probabilità pluviometrica (LSPP) o curve di possibilità climatica (c.p.p.), note nella letteratura anglosassone come Depth-Duration-Frequency curves (DDF).

8. Analisi puntuale per le stazioni dell'area di indagine

Analogamente a quanto indicato nell'esempio relativo alla stazione di Brescia, per ciascuna stazione sono state effettuate le stime delle statistiche campionarie fondamentali (media, deviazione standard, asimmetria, curtosi) per ciascun campione di pioggia delle durate disponibili, e da questi le stime dei parametri delle leggi di distribuzione di probabilità considerate (Tabella 10). Inoltre sono stati calcolati gli L-moments dei primi 4 ordini, la L-skew e la L-kurtosis necessari per stimare i parametri della Gumbel e della GEV col metodo suggerito da Hosking (1990). Il parametro di forma della GEV è stato calcolato solo per le stazioni con più di 25 anni di dati.

In tal modo per ogni stazione è stato possibile definire le varie leggi $P(h_d)$ e confrontarle, su opportuno diagramma con le curve di frequenza cumulata. Questa elaborazione mostra come generalmente accettabili tutte le distribuzioni considerate, perché complessivamente tutte le leggi di distribuzione interpretano in modo soddisfacente quello che si potrebbe indicare come il corpo centrale della distribuzione stessa, ovvero il campo dei valori delle variabili compreso tra 2 e 50÷100 anni di tempo di ritorno. Oltre tale valore, cioè per frequenze di superamento inferiori a 1/100, le leggi probabilistiche tendono spesso a divergere le une dalle altre, producendo previsioni che possono differire anche significativamente. Al fine di controllare in modo più oggettivo la qualità dei vari adattamenti, in analogia alle analisi condotte per la stazione di Brescia sono stati eseguiti, per ciascuna stazione, sia il test di Kolmogorov-Smirnov, sia quello di Hosking.

Il test di Kolmogorov, eseguito su tutte le serie di dati di numerosità superiore a 30, mostra come per i massimi di durata tra 1 e 24 ore solo le stazioni di Pejo e di Tirano manifestino un qualche grado di minore adattamento alla GEV. Un'ulteriore conferma della sostanziale adeguatezza della distribuzione GEV e, tutto sommato di quella Gumbel, per interpretare la variabilità campionaria riscontrata delle piogge intense dell'area bresciana è giunta dai risultati del test di Hosking, eseguito per le stazioni esaminate e rappresentato graficamente a titolo di esempio per la stazione di Brescia nella Figura 2 e per l'insieme delle stazioni con almeno 50 anni di dati nella Figura 9. Dal test, che permette di rifiutare o meno l'ipotesi statistica di appartenenza del campione ad una distribuzione di Gumbel (EV1) o GEV si deduce il buon adattamento dei valori campionari a quelli teorici della distribuzione EV1 e, per il valore medio regionale, così come per i valori corrispondenti a ciascuna durata e stazione, un migliore adattamento complessivo rispetto alla curva teorica propria della GEV.

Tabella 10 - Parametri delle stazioni pluviometriche e pluviografiche considerate nello studio e loro ubicazione con coordinate riferite all'ellissoide internazionale orientato a Monte Mario (di longitudine 12° 27' 08",40 da Greenwich) .

n.	STAZIONE	Longitudine	Latitudine	Quota <i>m s.l.m.</i>	<i>N</i>	<i>m1</i>	<i>n1</i>	<i>CV</i>	<i>m2</i>	<i>n2</i>	<i>k</i>	<i>S.I.</i>
		E	N									
1	APRICA	588704	5109097	1948	27	21.58	0.442	0.347	510	0.897	0.138	SI
2	BERGAMO	550839	5061195	366	76	31.74	0.274	0.338	1136	0.540	-0.037	SI
3	BEZZECA	634697	5084674	698	67	23.66	0.367	0.304	640	0.705	0.064	NO
4	BORGONATO	580763	5052075	214	58	28.94	0.271	0.354	945	0.540	-0.075	SI
5	BORMIO	605167	5147085	1225	87	12.01	0.480	0.319	164	0.941	-0.072	NO
6	BOZZOLO	615636	4995379	33	30	31.29	0.257	0.410	1199	0.485	-0.078	SI
7	BRENO	600960	5091441	312	72	21.54	0.321	0.315	513	0.638	-0.038	SI
8	BRESCIA	598502	5042175	149	74	32.33	0.250	0.340	1182	0.493	-0.084	SI
9	CALVISANO	609865	5022526	63	30	27.15	0.255	0.358	841	0.503	0.050	SI
10	CAMPO MORO	571384	5128421	1906	40	15.57	0.435	0.360	283	0.850	-0.150	NO
11	CAMPO TARTANO	550470	5109166	1040	25	20.03	0.415	0.320	452	0.817	0.055	SI
12	CERESARA	623144	5014042	43	35	27.29	0.242	0.497	955	0.468	-0.245	SI
13	CEVO	606529	5103920	1096	25	22.86	0.357	0.313	588	0.699	-0.061	SI
14	CHIARI	573236	5041392	148	68	32.54	0.233	0.337	1181	0.465	-0.016	SI
15	CLUSONE	573930	5083650	648	62	28.91	0.349	0.288	921	0.688	0.075	SI
16	CODERA	536242	5120177	824	29	25.34	0.339	0.298	713	0.666	0.046	SI
17	CREMONA	580182	4998537	45	80	27.73	0.272	0.462	932	0.545	-0.148	SI
18	DEZZO DI SCALVE	585424	5092134	750	36	29.27	0.430	0.306	977	0.835	0.120	SI
19	EDOLO	602920	5114436	690	47	16.22	0.445	0.290	290	0.880	-0.008	SI
20	FONTANELLA	564079	5035390	105	34	26.62	0.276	0.311	786	0.545	0.131	SI
21	FUSINE	558152	5111262	1160	37	11.38	0.464	0.301	146	0.909	0.020	NO
22	GAVARDO	612403	5049767	200	30	30.26	0.313	0.235	990	0.610	0.104	NO
23	GAVER	612650	5087938	1625	60	20.82	0.477	0.287	465	0.958	0.030	SI
24	GEROLA ALTA	542797	5101700	1050	21	22.99	0.503	0.268	564	1.009	NA	SI
25	GHEDI	600679	5028461	85	51	27.36	0.235	0.372	876	0.454	-0.079	SI

26	GORNO	564944	5079670	640	23	36.99	0.335	0.295	1528	0.653	NA	SI
27	INTROBIO	535126	5090540	600	41	29.54	0.353	0.338	1006	0.686	0.055	SI
28	LAGO CANCANO	601112	5153124	2000	64	11.29	0.523	0.322	136	1.065	0.098	NO
29	LAGO D'ARNO	610536	5100339	1820	45	18.84	0.448	0.307	392	0.890	0.064	SI
30	LAGO DELLA VACCA	611798	5090337	2409	27	22.59	0.397	0.295	563	0.786	-0.057	SI
31	LAGO TRUZZO	523341	5133078	2065	22	21.32	0.483	0.270	490	0.962	NA	SI
32	LANZADA	567554	5124481	983	65	14.17	0.443	0.248	215	0.879	0.044	NO
33	LECCO	530023	5077550	212	42	36.03	0.265	0.310	1451	0.518	0.007	SI
34	LIZZOLA ALTA	578897	5096501	1235	20	18.27	0.500	0.247	353	1.001	NA	SI
35	MADONNA DI CAMPIGLIO	641599	5121884	1553	32	16.72	0.451	0.429	362	0.846	-0.243	NO
36	MALGA BISSINA	616942	5100581	1792	26	16.71	0.537	0.321	309	1.071	-0.183	SI
37	MALGA BOAZZO	617677	5095442	1200	22	17.38	0.518	0.270	320	1.042	NA	SI
38	MANTOVA	643358	5002119	50	72	28.01	0.217	0.399	919	0.428	-0.145	SI
39	MARTINENGO	560064	5046462	153	19	28.31	0.226	0.295	899	0.433	NA	SI
40	MEMMO	602557	5072945	1000	43	24.05	0.393	0.333	665	0.765	0.017	SI
41	MONZAMBANO	633213	5032770	90	62	27.36	0.234	0.305	827	0.463	0.077	SI
42	ORZINUOVI	573128	5027861	88	39	26.39	0.256	0.309	797	0.485	0.030	NO
43	PANTANO D'AVIO	613679	5114768	2108	27	20.38	0.465	0.437	492	0.932	0.119	SI
44	PEJO	628875	5135966	1574	55	11.79	0.475	0.325	156	0.940	-0.069	NO
45	PESCHIERA DEL GARDA	631983	5031532	67	52	25.43	0.252	0.341	748	0.483	-0.055	NO
46	PIEVE S. GIACOMO	594005	4997179	39	46	30.45	0.243	0.485	1168	0.473	-0.219	SI
47	PINZOLO	636624	5114360	776	45	15.92	0.496	0.320	289	0.971	-0.062	NO
48	PIUBEGA	620364	5010108	50	34	28.61	0.244	0.400	993	0.462	-0.127	SI
49	RIVA DEL GARDA	642496	5082996	70	79	20.98	0.338	0.274	480	0.667	-0.019	SI
50	RONCONE	629292	5093646	839	22	20.19	0.422	0.325	461	0.829	NA	SI
51	S. CATERINA VALFURVA	614872	5140927	1740	58	12.75	0.507	0.276	174	1.018	0.065	SI
52	S. FRANCESCO A MESE	528496	5127544	286	30	21.83	0.465	0.297	515	0.935	0.080	SI

53	S. MARTINO DE CALVI	551929	5088807	540	29	27.69	0.389	0.267	832	0.769	0.078	SI
54	SALÒ	619822	5051025	75	16	26.02	0.342	0.337	790	0.656	NA	SI
55	SCAIS	571109	5103990	1500	47	20.30	0.543	0.367	459	1.096	0.003	SI
56	SONDRIO	564593	5113003	298	57	16.67	0.412	0.348	342	0.767	-0.081	NO
57	SONICO	603547	5113810	1090	7	16.89	0.420	0.282	305	0.844	NA	SI
58	STUETTA	527130	5146058	1850	24	17.27	0.516	0.306	328	1.029	NA	SI
59	TEMÙ	613292	5123147	1100	22	14.85	0.451	0.320	238	0.914	NA	SI
60	TIONE DI TRENTO	634374	5099489	563	83	18.22	0.458	0.293	366	0.908	-0.102	SI
61	TIRANO	588935	5119040	652	61	17.28	0.356	0.369	366	0.666	-0.071	NO
62	TREPALLE	589726	5154070	2150	15	11.51	0.450	0.304	145	0.899	NA	SI
63	TREVIGLIO	547060	5040619	126	55	28.27	0.263	0.379	956	0.499	-0.009	SI
64	VAL MORTA	580539	5101932	1780	29	17.63	0.487	0.198	325	0.971	0.160	SI
65	VALLE RATTI	537550	5116481	915	42	22.73	0.370	0.274	559	0.737	0.002	SI
66	VEROLANUOVA	585151	5018973	64	18	28.49	0.236	0.304	877	0.479	NA	SI
67	VILMINORE DI SCALVE	584122	5094893	1018	36	24.85	0.507	0.388	708	1.015	-0.090	SI

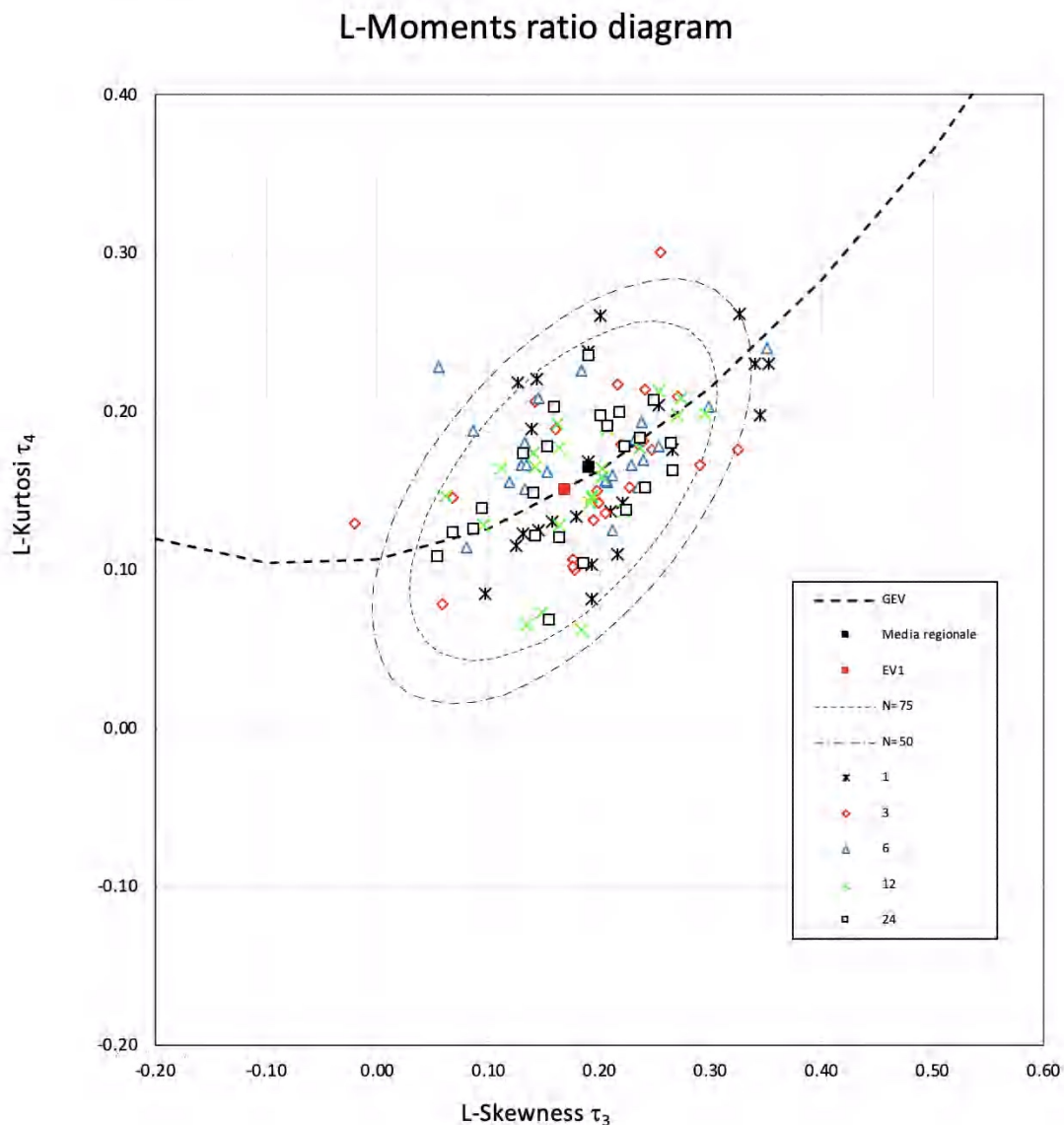


Figura 9 - Diagramma di Hosking 'L-moment Ratio' per le stazioni con almeno 50 anni di dati. Intervalli di confidenza al 95% per la distribuzione EV1 con 75 (linea tratteggiata) e 50 (linea a tratto punto) dati. Il dato medio regionale si adatta bene alla linea teorica per la distribuzione GEV.

9. Considerazioni sulle leggi di distribuzione proponibili

Per quanto riguarda la distribuzione di Gumbel, le elaborazioni riportate confermano quanto già osservato da Bacchi ed al. (1994) che avevano effettuato elaborazioni analoghe, confrontando la distribuzione di Gumbel con la Log-normale e la TCEV, in una regione più ampia di quella oggetto del presente studio, che comprendeva anche la Valtellina e la Val Chiavenna. Analoga considerazione può essere fatta confrontando le distribuzioni di Gumbel stimate con le due differenti metodologie. Da queste considerazioni se ne può dedurre che la maggiore complessità dei calcoli richiesti

per la stima della distribuzione di Gumbel con il metodo degli L-moments non giustifichi l'impiego di tale procedura: operativamente infatti risulta molto più agevole l'impiego della distribuzione di Gumbel stimata con il metodo dei momenti.

Per quanto riguarda la distribuzione GEV (stimata, come detto, con il metodo degli L-moments), frequentemente questa legge probabilistica, condizionatamente ai valori campionari stimati di L-skew, implica l'esistenza di un limite superiore della variabile fisicamente inaccettabile, in relazione alle grandezze considerate.

In altri casi, invece, il valore stimato del parametro di forma, risultato negativo, consente di meglio interpretare l'andamento della curva di frequenza cumulata empirica, permettendo di spiegare la presenza nelle serie campionarie di valori molto elevati, anche superiori a tre volte la media. Proprio per questa ragione, molto spesso, viene suggerito l'impiego di questa legge di distribuzione per l'analisi dei valori estremi, fornendo stime dei quantili più cautelative per le applicazioni progettuali.

10. Stima delle linee segnalatrici scala invarianti

Proseguendo l'analisi di inferenza della legge regionale con la quale rappresentare il legame tra altezze di pioggia massima, durata e frequenza, il passo successivo è stato quello riguardante la stima delle relazioni

$$m_d = m_1 \cdot d^{n_1} \quad (37)$$

che per ciascuna durata legano le medie delle altezze di pioggia massime di varia durata alla media delle piogge orarie e alla durata stessa. La relazione è stata stimata per tutte le stazioni pluviografiche con almeno 15 anni di osservazioni, verificandone il sostanziale 'buon adattamento' ai punti sperimentali tramite la stima dell'indice di regressione, e la misura percentuale dell'errore massimo di adattamento operata sia visivamente sia per via numerica. In nessun caso sono stati riscontrati scostamenti superiori al 10%, il che rende ampiamente accettabile l'ipotesi di validità della relazione (37).

In Bacchi et al. (1995) era stato verificato che, almeno da un punto di vista operativo, l'ipotesi di invarianza di scala dei momenti di secondo ordine fosse sostanzialmente accettabile. Nell'ambito della presente analisi sono state integrate le serie di dati disponibili ed aggiunte 14 stazioni per le quali è stato verificato che l'ipotesi in discorso ha praticamente lo stesso grado di accettabilità rispetto alle precedenti. In sostanza, sebbene per alcune stazioni si possa notare una variabilità non piccola del coefficiente di variazione campionario CV per le piogge di varia durata (Tabella 11), nel complesso le stime di altezza di pioggia operate nell'ipotesi che esso sia costante non differiscono significativamente da quelle condotte nell'ipotesi che esse abbiano un comportamento multiscala. In questo caso infatti, si verifica che i momenti di secondo ordine sono meglio interpolabili con relazioni del tipo

$$E[h_d^2] = m_{2,1} d^{n_2} \quad \text{con} \quad n_2 \neq 2 \cdot n_1 \quad (38)$$

da cui discende la variabilità di CV con la durata.

Tabella 11 - Variabilità dei coefficienti di variazione con la durata per le precipitazioni massime annuali di durata da 1 a 24 ore e loro valore medio.

STAZIONE	CV _{1h}	CV _{3h}	CV _{6h}	CV _{12h}	CV _{24h}	CV
Aprica	0.371	0.293	0.289	0.352	0.432	0.347
Bergamo	0.357	0.356	0.340	0.312	0.331	0.338
Bezzecca	0.399	0.325	0.281	0.250	0.246	0.304
Borgonato	0.362	0.354	0.360	0.358	0.349	0.354
Bormio	0.395	0.319	0.290	0.299	0.289	0.319
Bozzolo	0.467	0.465	0.419	0.368	0.348	0.410
Breno	0.340	0.303	0.314	0.315	0.309	0.315
Brescia	0.367	0.343	0.348	0.315	0.329	0.339
Calvisano	0.385	0.356	0.387	0.329	0.355	0.358
Campo Moro	0.451	0.349	0.317	0.336	0.352	0.360
Campo Tartano	0.326	0.408	0.315	0.256	0.300	0.320
Ceresara	0.498	0.534	0.550	0.515	0.408	0.497
Cevo	0.352	0.349	0.321	0.283	0.281	0.313
Chiari	0.347	0.326	0.340	0.351	0.330	0.337
Clusone	0.333	0.296	0.270	0.264	0.282	0.288
Codera	0.355	0.288	0.284	0.306	0.271	0.298
Cremona	0.432	0.472	0.516	0.475	0.421	0.462
Dezzo di Scalve	0.395	0.333	0.280	0.242	0.275	0.306
Edolo	0.342	0.313	0.242	0.255	0.300	0.290
Fontanella	0.342	0.301	0.320	0.324	0.287	0.311
Fusine	0.417	0.240	0.237	0.304	0.287	0.301
Gavardo	0.306	0.238	0.248	0.165	0.208	0.235
Gaver	0.290	0.268	0.276	0.290	0.319	0.287
Gerola Alta	0.262	0.303	0.233	0.260	0.304	0.268
Ghedi	0.425	0.377	0.384	0.324	0.358	0.372
Gorno	0.314	0.373	0.304	0.248	0.241	0.295
Introbio	0.374	0.402	0.314	0.339	0.259	0.338
Lago Cancano	0.297	0.247	0.310	0.371	0.376	0.322
Lago d'Arno	0.319	0.333	0.311	0.296	0.290	0.307
Lago della Vacca	0.347	0.314	0.249	0.269	0.311	0.295
Lago Truzzo	0.280	0.259	0.307	0.285	0.242	0.270
Lanzada	0.298	0.228	0.216	0.241	0.255	0.248
Lecco	0.349	0.323	0.308	0.298	0.282	0.310
Lizzola Alta	0.226	0.288	0.246	0.241	0.259	0.247
Madonna di Campiglio	0.578	0.429	0.434	0.356	0.327	0.429
Malga Bissina	0.318	0.366	0.301	0.327	0.316	0.321
Malga Boazzo	0.272	0.242	0.258	0.293	0.306	0.270
Mantova	0.401	0.429	0.397	0.400	0.375	0.399
Martinengo	0.361	0.333	0.280	0.262	0.258	0.295
Memmo	0.399	0.359	0.334	0.257	0.315	0.333
Monzambano	0.334	0.298	0.301	0.313	0.287	0.305

STAZIONE	CV _{1h}	CV _{3h}	CV _{6h}	CV _{12h}	CV _{24h}	CV
Orzinuovi	0.381	0.349	0.290	0.293	0.222	0.309
Pantano d'avio	0.433	0.446	0.443	0.457	0.440	0.437
Pejo	0.423	0.267	0.229	0.308	0.371	0.325
Peschiera del Garda	0.422	0.337	0.333	0.280	0.324	0.341
Pieve S. Giacomo	0.476	0.545	0.508	0.470	0.442	0.485
Pinzolo	0.420	0.314	0.253	0.278	0.324	0.320
Piubega	0.435	0.471	0.417	0.364	0.321	0.400
Riva Del Garda	0.297	0.279	0.300	0.256	0.242	0.274
Roncone	0.384	0.353	0.284	0.307	0.314	0.325
S. Caterina Valfurva	0.279	0.264	0.256	0.293	0.297	0.276
S. Francesco a Mese	0.319	0.259	0.268	0.329	0.325	0.297
S. Martino de Calvi	0.292	0.300	0.264	0.227	0.263	0.267
Salò	0.399	0.418	0.329	0.298	0.259	0.337
Scais	0.380	0.347	0.324	0.344	0.446	0.367
Sondrio	0.497	0.421	0.277	0.232	0.248	0.348
Sonico	0.335	0.242	0.267	0.264	0.374	0.282
Stuetta	0.352	0.303	0.276	0.273	0.344	0.306
Temù	0.308	0.253	0.353	0.371	0.332	0.320
Tione Di Trento	0.341	0.292	0.263	0.284	0.290	0.293
Tirano	0.529	0.369	0.294	0.277	0.331	0.369
Trepalle	0.369	0.246	0.229	0.357	0.333	0.304
Treviglio	0.429	0.428	0.387	0.342	0.306	0.379
Val Morta	0.223	0.214	0.174	0.169	0.217	0.198
Valle Ratti	0.299	0.250	0.276	0.310	0.243	0.274
Verolanuova	0.317	0.273	0.266	0.385	0.312	0.304
Vilminore di Scalve	0.411	0.370	0.375	0.383	0.423	0.388

Per verificare la sostanziale accettabilità delle elaborazioni condotte, e, soprattutto, ai fini della stima dei quantili di precipitazione utilizzando la distribuzione GEV -da confrontare con quelli stimati tramite la distribuzione di Gumbel- è stata operata la stima dei quantili adottando un valore del parametro $CV=0.326$ e di $k=-0.0165$ medio regionale, confrontando, poi, i valori ottenuti con le stime risultanti dai parametri CV e k locali.

11. L'analisi regionale

11.1 Variabilità della media

Le medie delle altezze di pioggia intensa locale, per durate d comprese tra 1 e 24 ore, sono -come visto in precedenza- ben approssimabili con relazioni del tipo:

$$m_d = m_1 d^{n_1} \quad (39)$$

ove i parametri hanno i significati già indicati. Lo studio della variabilità spaziale di m_d , quindi, si traduce nello studio della variabilità di m_1 e di n_1 .

Nel nostro studio si sono individuati dei trend di comportamento di questi parametri che, a scala globale indicano una tendenza alla crescita di n_1 con la quota geodetica H , e, per contro, una tendenza alla diminuzione di m_1 con la stessa. Tali tendenze, raffigurate nella Figura 10 e 11, risultano interpolate dalle seguenti relazioni empiriche:

$$m_1 = 14.29 + 15.19e^{-0.00097H} \quad \text{per } 50 \leq H \leq 2500 \quad (40)$$

$$n_1 = 0.480 - 0.246e^{-0.0015H} \quad (41)$$

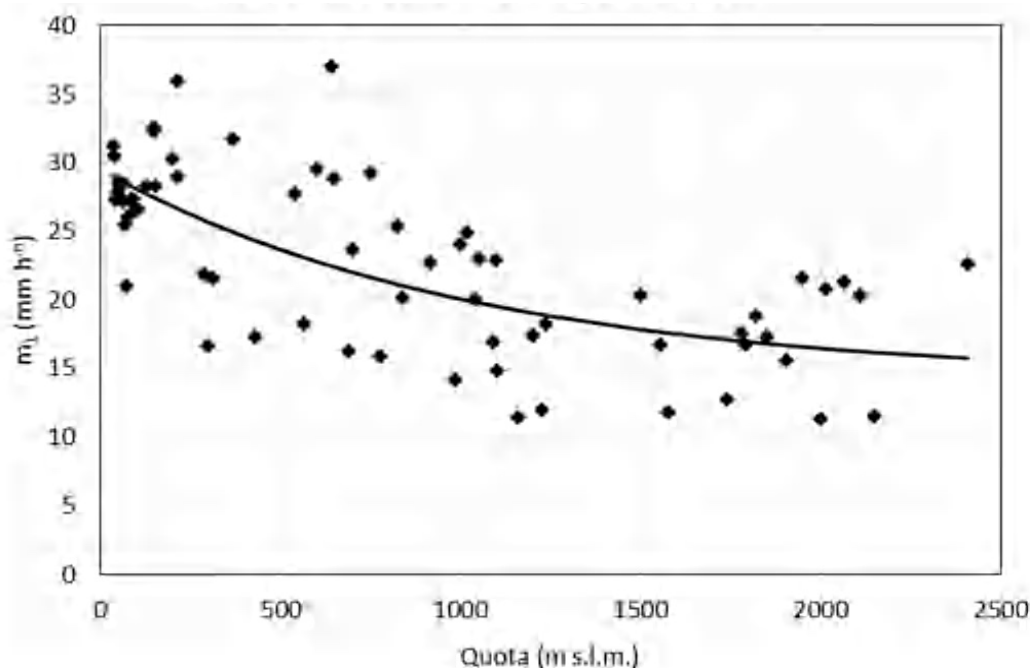


Figura 10 - Parametro m_1 di tutte le stazioni in relazione della quota di quest'ultime ed equazione empirica che ne descrive la variabilità

Le tendenze osservate indicano che all'aumentare della quota le precipitazioni manifestano una maggiore persistenza (cioè si attenuano rispetto alla durata più lentamente) mentre tendono a diminuire i valori delle massime intensità connesse a fenomeni di convezione libera, che avvengono spesso in pianura. In sostanza, i fenomeni di convezione forzata causati dall'orografia si traducono in un mantenimento nel tempo delle piogge a regime elevato, attenuandosi invece l'effetto degli scrosci temporaleschi tipici delle aree pedemontane e di pianura, ove i temporali tendono ad esaurirsi nel lasso di tempo di un paio d'ore. Per come è stato ottenuto, il risultato indicato può essere considerato soddisfacente quando si debbano stimare valori medi puntuali di media m_d per aree non troppo piccole, orientativamente dell'ordine di qualche centinaio di chilometri quadrati. Quando l'interesse, per varie ragioni applicative, sia invece rivolto a valori locali, gli scostamenti che le relazioni precedenti sono in grado potenzialmente di produrre potrebbero risultare inaccettabili. E' infatti evidente che la variabilità puntuale, dovuta alla complessa interazione tra movimento

delle masse d'aria cariche di umidità e l'orografia locale, e alla termodinamica degli scambi energetici suolo-atmosfera (alimentata dalla radiazione solare e dal movimento dell'aria), non può essere rappresentata semplicemente da relazioni di regressione $m_d(H)$.

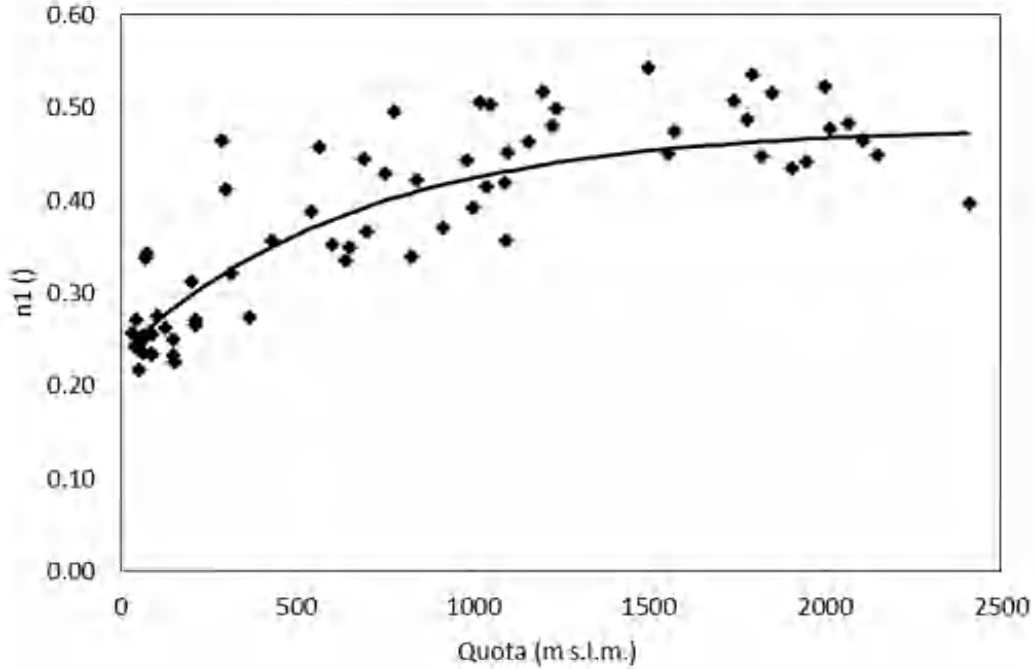


Figura 11 - Parametro n_1 di tutte le stazioni in relazione della quota di quest'ultime ed equazione empirica che ne descrive la variabilità

Al fine quindi di rendere operativa la possibilità di stimare localmente la grandezza di interesse, appare più utile pervenire ad una descrizione della variabilità spaziale di m_1 ed n_1 tramite tecniche di interpolazione che, a partire dai valori locali osservati, consentano di determinare in modo ottimale la stima dei parametri in tutti i punti dell'area di interesse. Per interpretare al meglio la variabilità spaziale dei parametri m_1 e n_1 si è scelta, dopo un confronto con diverse combinazioni di latitudine e quota, una funzione della latitudine e longitudine in un sistema di coordinate (latitudine φ' , longitudine λ') ruotato di 23° rispetto al Nord geografico del sistema di coordinate (latitudine φ , longitudine λ) nella proiezione UTM WGS 84, sostanzialmente parallelo alla direzione che le prime propaggini delle Prealpi Lombarde formano con la Pianura Padana.

$$\lambda' = \cos(23^\circ) \cdot \lambda - \sin(23^\circ) \cdot \varphi - \cos(23^\circ) \cdot \lambda_{\text{CREMONA}} + \sin(23^\circ) \cdot \varphi_{\text{CREMONA}} \quad (42)$$

$$\varphi' = \sin(23^\circ) \cdot \lambda + \cos(23^\circ) \cdot \varphi - \sin(23^\circ) \cdot \lambda_{\text{CREMONA}} + \cos(23^\circ) \cdot \varphi_{\text{CREMONA}} \quad (43)$$

Individuata l'origine del Nord geografico fittizio nelle coordinate della città di Cremona (λ_{CREMONA} , φ_{CREMONA}), si è riscontrato come le funzioni

$$m_1 = -0.136 \varphi' + 33.97 \quad (44)$$

ovvero, ancora più accurata

$$m_l = -0.00105 \varphi'^2 - 0.02575 \varphi' + 29.44 \quad (45)$$

e

$$n_l = -0.00216 \varphi' + 0.199 \quad (46)$$

rispettivamente decrescente e crescente con la distanza misurata da Cremona in una direzione orientata di 23° rispetto al Nord geografico, interpolino al meglio la variabilità spaziale dei due parametri delle linee segnalatrici (Figura 12 e Figura 13).

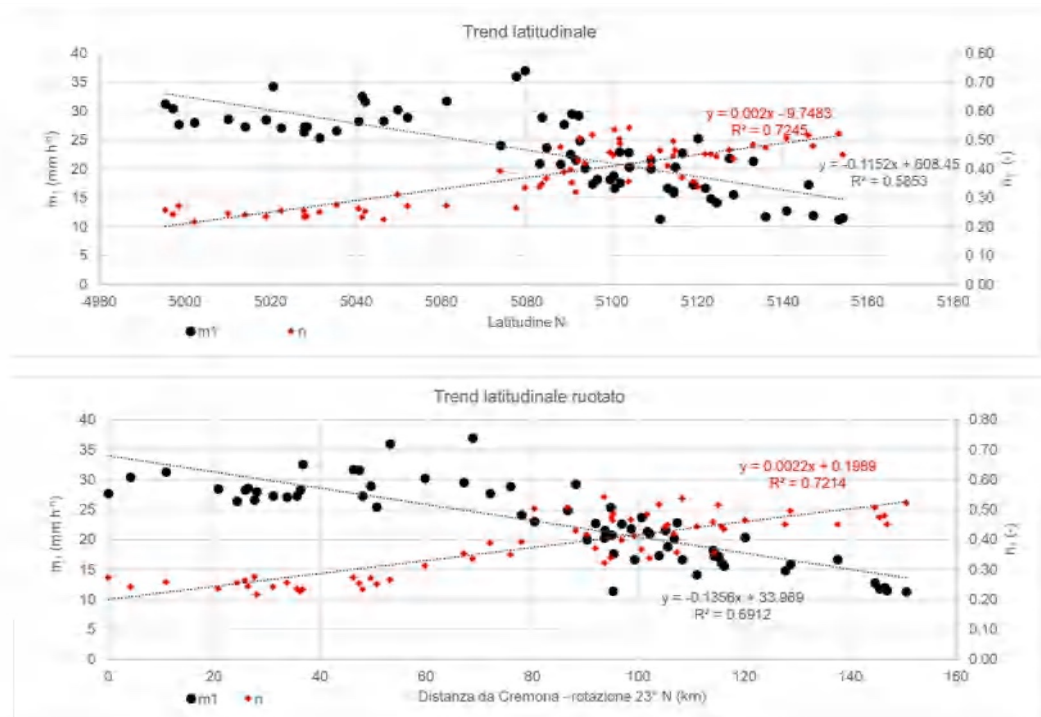


Figura 12 - Confronto fra i trend latitudinali di m_l e n_l ed il trend rispetto al sistema di coordinate geografiche ruotate di 23° rispetto al nord o con origine fittizia impostata in Cremona.

Rispetto alla tendenza individuata, i parametri m_l e n_l sono stati interpolati per mezzo di un Kriging sui residui. Le due mappe ottenute grazie a tale tecnica vengono riportate nelle Figure 14 e 15.

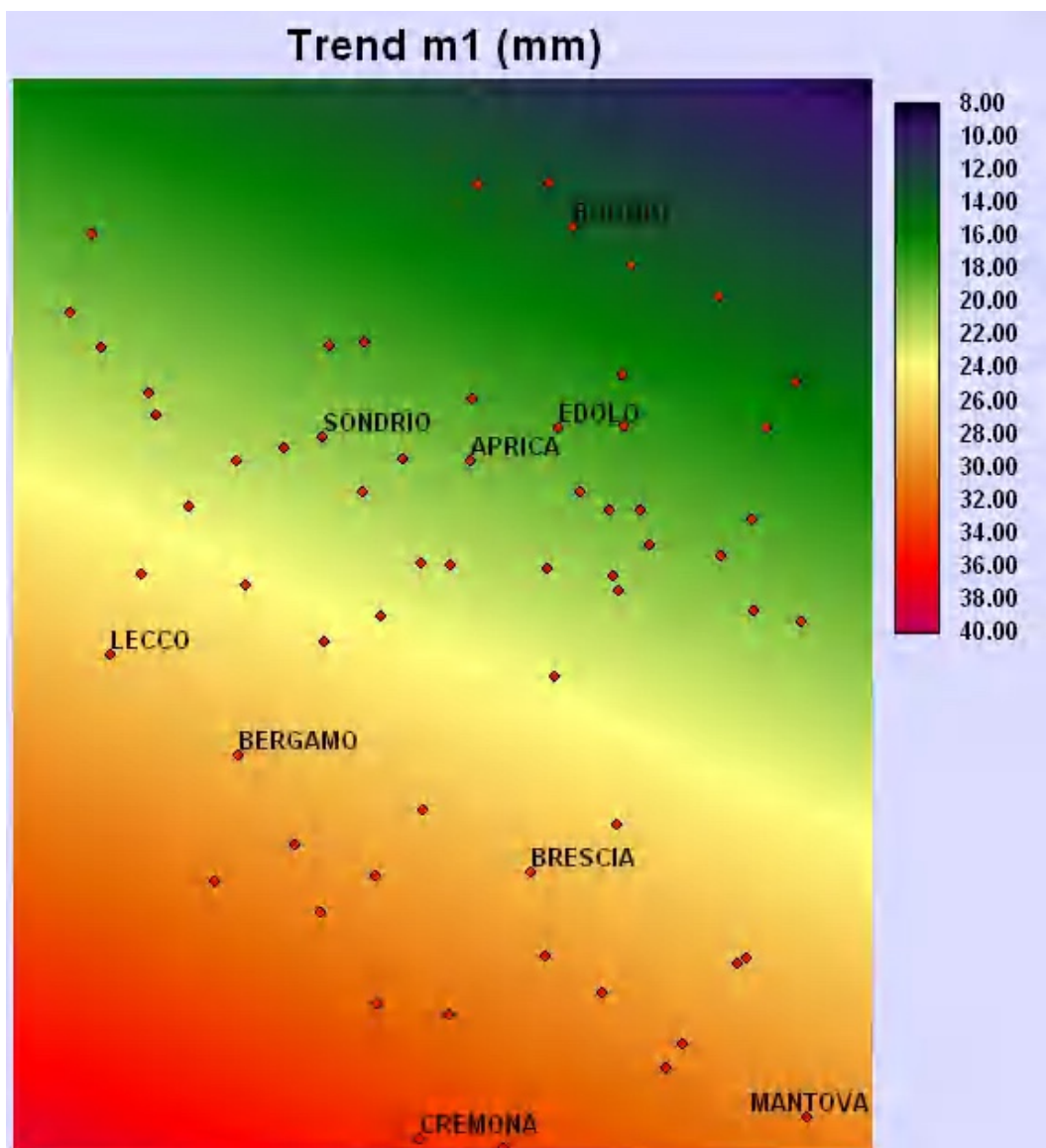


Figura 13 - Variabilità del parametro m_1 rispetto alle coordinate geografiche ruotate

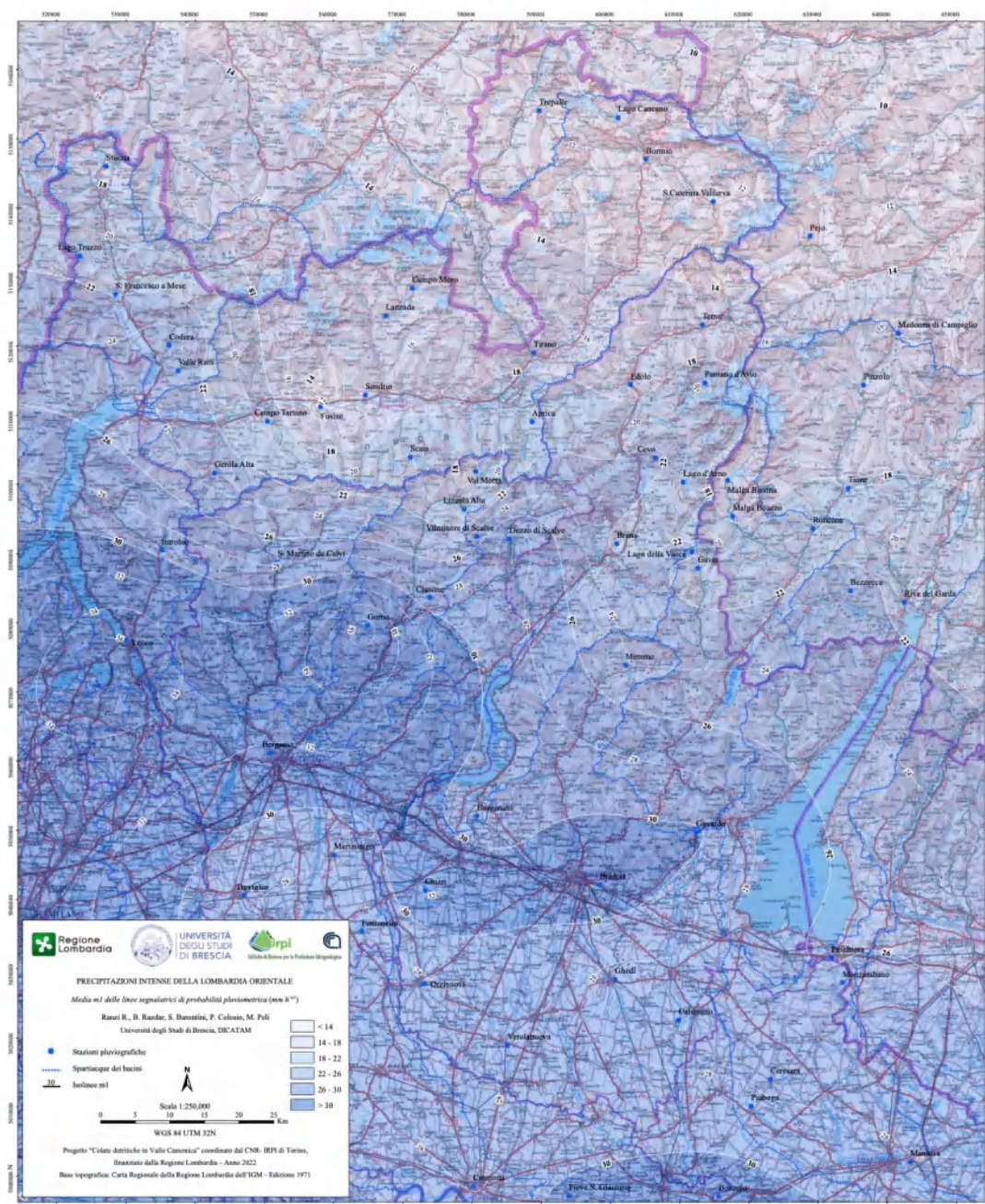


Figura 14 - Variabilità spaziale del parametro m_i nell'area di interesse

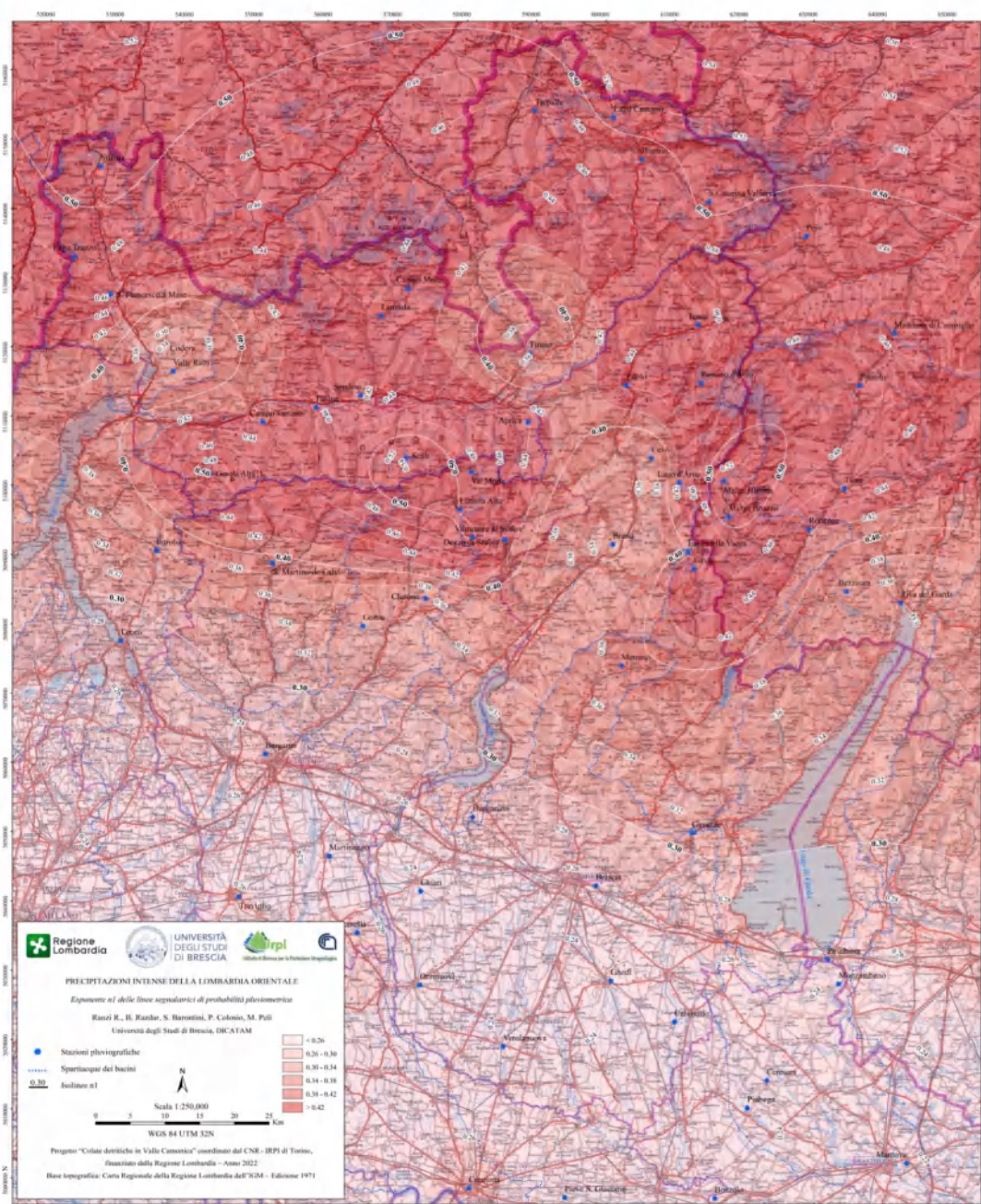


Figura 15 - Variabilità spaziale del parametro n_i nell'area di interesse

11.2 Variabilità dei CV e del coefficiente di forma della GEV

11.2.1 Variabilità di CV con la quota

L'indagine regionale cui si era già accennato (Bacchi ed al., 1994) aveva mostrato che, da un punto di vista globale, il coefficiente di variazione medio delle numerose stazioni pluviografiche considerate tra la pianura Padana e le Alpi Retiche non poteva, a rigore, essere ritenuto costante sull'intera area di quella regione. Tuttavia, scomponendo l'area in due sottozone, una di "pianura" e una di "montagna", era possibile non respingere l'ipotesi di omogeneità.

Questa ipotesi è di un certo interesse perché presa a base di molti studi di regionalizzazione. Nel nostro caso, dall'analisi dei dati emerge una maggiore variabilità interannuale (con valor medio di CV pari a 0.355) delle precipitazioni nella zona di pianura, definita fino alla quota di 250 metri s.l.m., mentre alle quote superiori i coefficienti di variazione medi, al variare delle durate, si assestano attorno al valore di 0.312.

Questo fatto è spiegabile tenendo conto che in pianura le precipitazioni massime annuali sono più frequentemente associate allo svilupparsi di celle convettive che, potendo accumulare integralmente l'energia termica ceduta dal terreno agli strati inferiori dell'atmosfera, sono fortemente instabili, manifestando una elevata dinamica: in pianura è maggiore, quindi, la variabilità, spaziale e temporale, delle precipitazioni rispetto alle zone montane dove le masse d'aria umida, più facilmente soggette ad instabilità di tipo potenziale, devono venire sollevate fino al livello di convezione libera prima di poter liberare la propria energia e consentire la condensazione del vapore acqueo e produrre precipitazioni meteoriche.

11.2.2 Variabilità dei coefficienti di variazione con la durata, a scala regionale

Effettuando il test sull'invarianza di scala, illustrato nel § 7.4 relativamente alla stazione di Brescia, per tutte le stazioni è emerso che il coefficiente di variazione delle piogge *locali* massime annuali, *CV*, manifesta una variabilità con la durata significativa dal punto di vista statistico solo per tre delle 22 stazioni della zona di pianura e per undici delle 45 stazioni della zona montana. A scala locale, pertanto, per il 79% delle stazioni, con significatività del 5%, non viene rifiutata l'ipotesi che il coefficiente di variazione sia costante con la durata. E' interessante notare, comunque, che il valore del coefficiente di variazione medio regionale è più elevato per le durate orarie che per quelle di durata superiore, come mostrato in Figura 16.

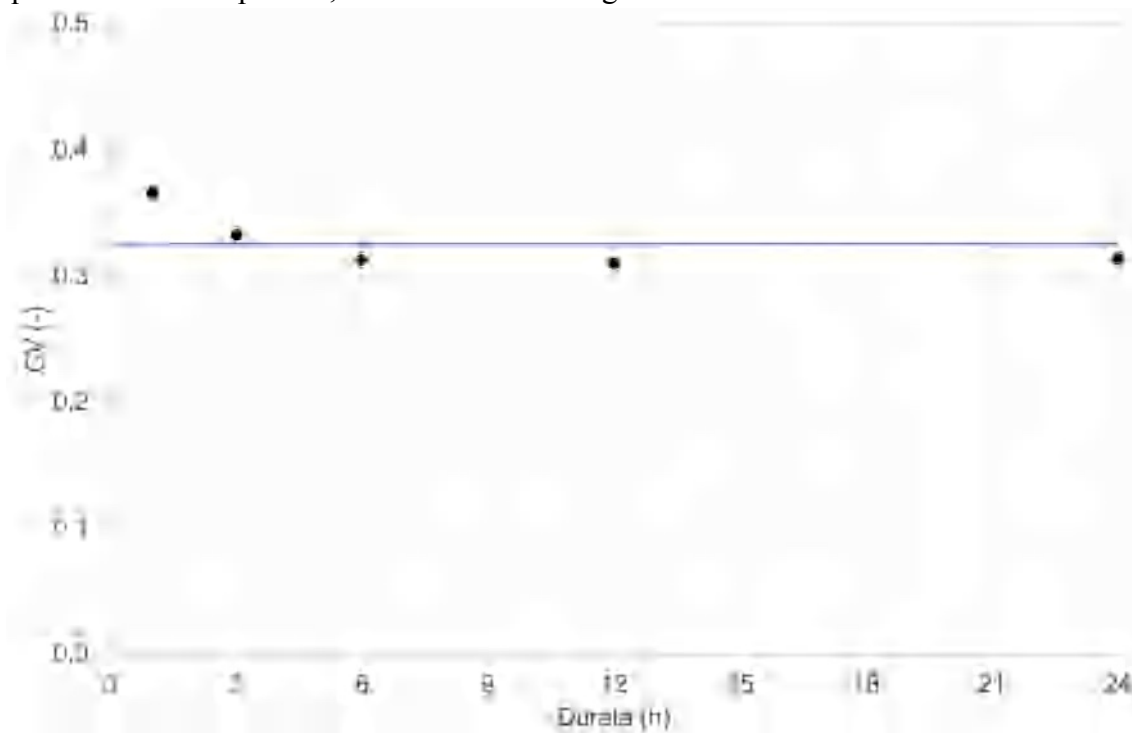


Figura 16 – Variabilità del coefficiente di variazione medio regionale con la durata.

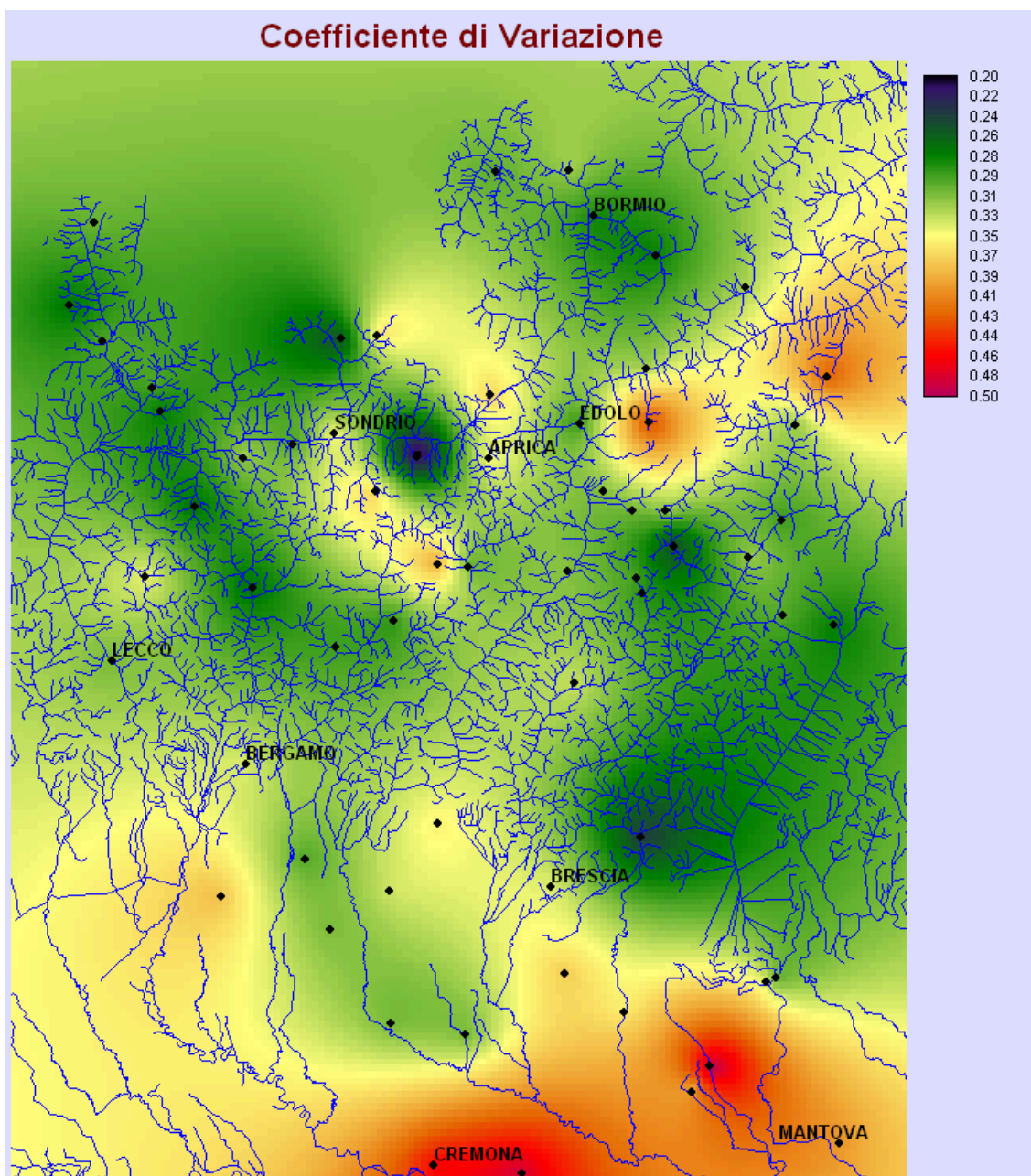


Figura 17 - Variabilità spaziale del parametro CV nell'area di interesse

Formulando l'ipotesi che la Lombardia Orientale costituisca un'unica regione omogenea rispetto alla variabilità del coefficiente di variazione, come indicherebbero i risultati dei test di omogeneità condotti da Bacchi et al. (1994), si potrebbero considerare le stime CV_{ik} dei coefficienti di variazione delle piogge nelle stazioni i -esime ($i=1, \dots, 67$) di durata k -esima ($k=1, \dots, 5$) come un campione di una grandezza distribuita in modo omogeneo nella regione, cioè costante al variare della durata. La media campionaria, che nel caso in esame assume valore pari a **0.326** può essere assunta come stima del valore regionale di CV. Tale approccio è sostenuto anche dal fatto che la mappatura del parametro CV, costruita con la tecnica del kriging, non ha evidenziato alcun trend spaziale, mostrando invece una struttura "a bolle" (Figura 17). Una mappa di questo tipo, oltre ad evidenziare una grande variabilità spaziale del parametro, fa

presupporre che tale variabilità non sia funzione di qualsivoglia elemento fisico ma abbia un comportamento del tutto casuale. Per tale ragione la soluzione più ragionevole ed anche più semplice pare quella di considerare il parametro costante all'interno dell'intera area d'indagine.

11.2.3 Variabilità del parametro di forma della GEV

Il fatto di aver selezionato la distribuzione GEV quale distribuzione preferibile per l'analisi regionale ha fatto sì che nella determinazione delle linee segnalatrici di possibilità pluviometrica entrasse in gioco un terzo parametro, ossia il parametro di forma k . Esso -nel caso venga determinato con il metodo dei momenti- è legato all'asimmetria campionaria γ dalla relazione (7), e proprio rispetto a tale indice i due studi precedenti (Bacchi et al., 1994; Ranzi et al., 1999) hanno provato a studiarne la variabilità e la distribuzione spaziale. Quest'ultimo studio citato, pur provando col kriging a costruire mappe che interpretassero la variabilità dell'asimmetria, optava infine per l'assunzione di un valore costante per l'intera regione, pari alla media di tutti i coefficienti di tutti i campioni: il valore ottenuto era maggiore rispetto al valore teorico dell'asimmetria della distribuzione di Gumbel e garantiva quindi una migliore funzionalità nell'interpretazione degli eventi estremi.

Nel nostro caso, sulla scorta di quanto appena richiamato e dopo aver rilevato dalla mappatura -effettuata ancora una volta con la tecnica del kriging- una struttura spaziale casuale dei valori del parametro (Figura 18), si è deciso di considerare un unico valore del coefficiente k per l'intera area di studio. Tale valore, pari alla media di tutti i coefficienti di forma delle singole stazioni (determinati con il metodo dei momenti pesati in probabilità per campioni con numerosità almeno pari a 25) è risultato, come detto, $k=-0.0165$.

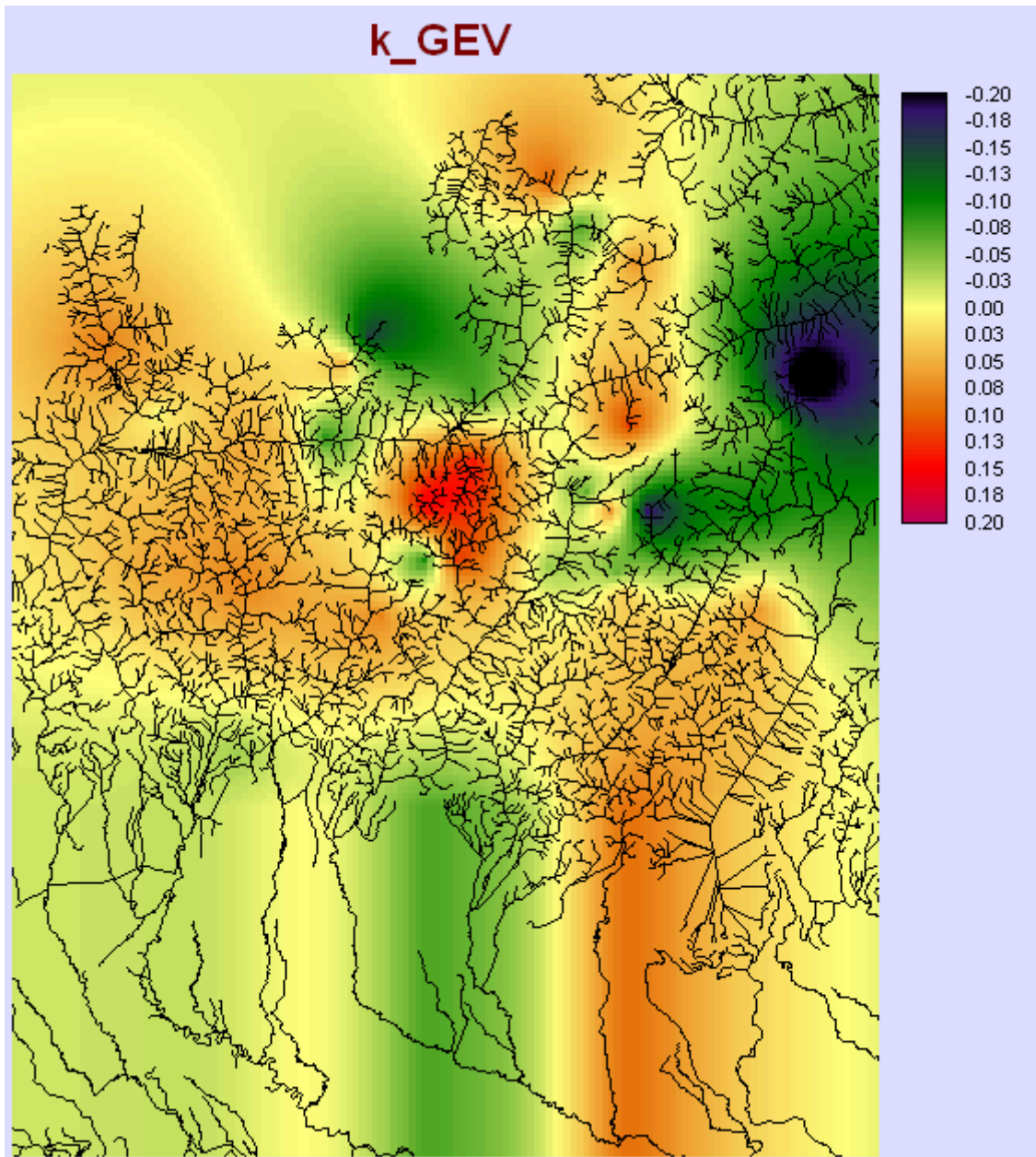


Figura 18 - Variabilità spaziale del parametro k nell'area di interesse

11.4 Considerazioni conclusive e confronto tra valori regionali e locali

Alla luce dei risultati ottenuti, i valori di altezza di pioggia, h , al variare della durata, d , e del tempo di ritorno, T , stimabili con le due distribuzioni GEV ed EV1 non sono troppo discosti; ne consegue, quindi, che la distribuzione GEV con parametro di forma negativo è, come ricordato, raccomandabile essendo più cautelativa. A rigore, essendo questionabile l'omogeneità spaziale del parametro di dispersione CV e di forma, k , si dovrebbero adottare le stime dei quantili ottenute con i valori locali dei parametri, raccolte anche in forma tabellare nell'Allegato. Dal punto di vista operativo i quantili risultanti dalle stime con i parametri CV e k medi regionali rispetto a quelli ottenuti dalle stime locali dei parametri, secondo il modello GEV, risultano sottostimati di non più dell'11% per le durate comprese tra 1 ora e 6 ore, mentre risultano

sovrastimati per meno del 3% per le durate di 12 e 24 ore e tempi di ritorno fino a 500 anni (Tabella 12).

Tabella 12 - Errore percentuale medio, su tutta la regione, tra i quantili $h(d,T)$ determinati con la distribuzione GEV regionalizzata e il massimo valore ottenuto localmente tra GEV ed EV1.

Avg [MPE(d,T)]	Durata in ore				
T[anni]	1	3	6	12	24
10	-2.96	-1.29	-0.225	0.776	1.71
20	-3.77	-1.37	0.051	1.39	2.66
30	-4.59	-1.73	-0.076	1.4	2.8
100	-7.51	-3.34	-1.09	0.848	2.65
200	-9.19	-4.33	-1.78	0.403	2.4
500	-11.3	-5.64	-2.74	-0.254	1.99

12. Mappatura delle LSPP

Considerando costanti i due parametri CV e k e note le mappe di m_l e n_l , è stato possibile costruire le mappe dell'altezza massima temibile, per assegnata durata e tempo di ritorno, della Lombardia Orientale. Tali mappe sono state costruite con la tecnica del kriging e permettono di assegnare ad ogni punto dell'area considerata i valori delle altezze di pioggia temibili per durate comprese tra 1, 3, 6, 12 e 24 ore al variare del tempo di ritorno. Si è passati quindi da delle curve di possibilità pluviometrica a delle mappe di possibilità pluviometrica. Nelle Figure 19 e 20, rispettivamente, si riportano a titolo di esempio le mappe di $h(1,100)$ e di $h(24,100)$, cioè le massime altezze di pioggia stimate -con distribuzione GEV scala invariante- per un evento di durata un'ora e per uno di durata 24 ore, entrambi con tempo di ritorno 100 anni.

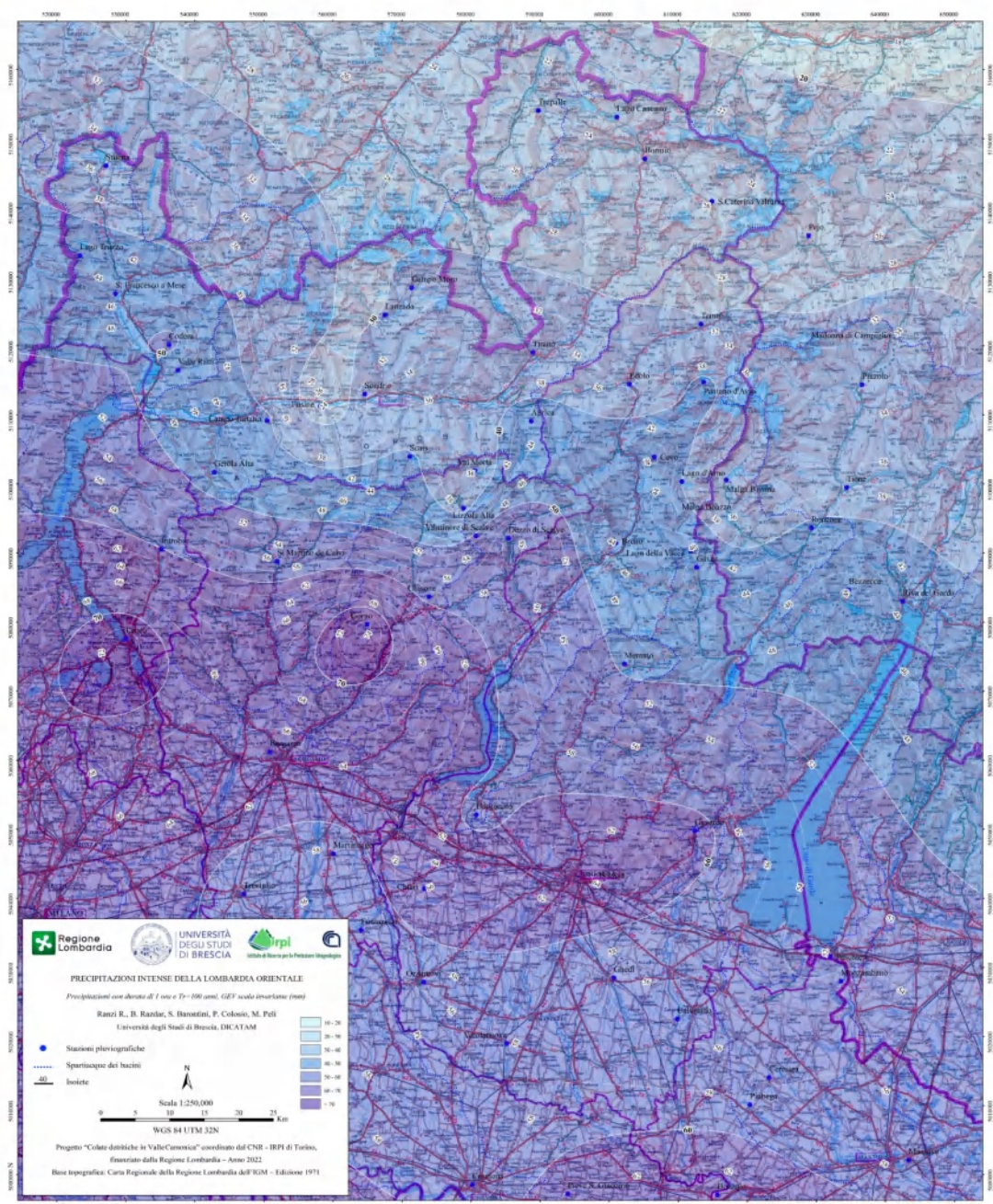


Figura 19 - Mappa delle precipitazioni temibili con durata 1 ora e $T=100$ anni determinate con distribuzione GEV scala invariante

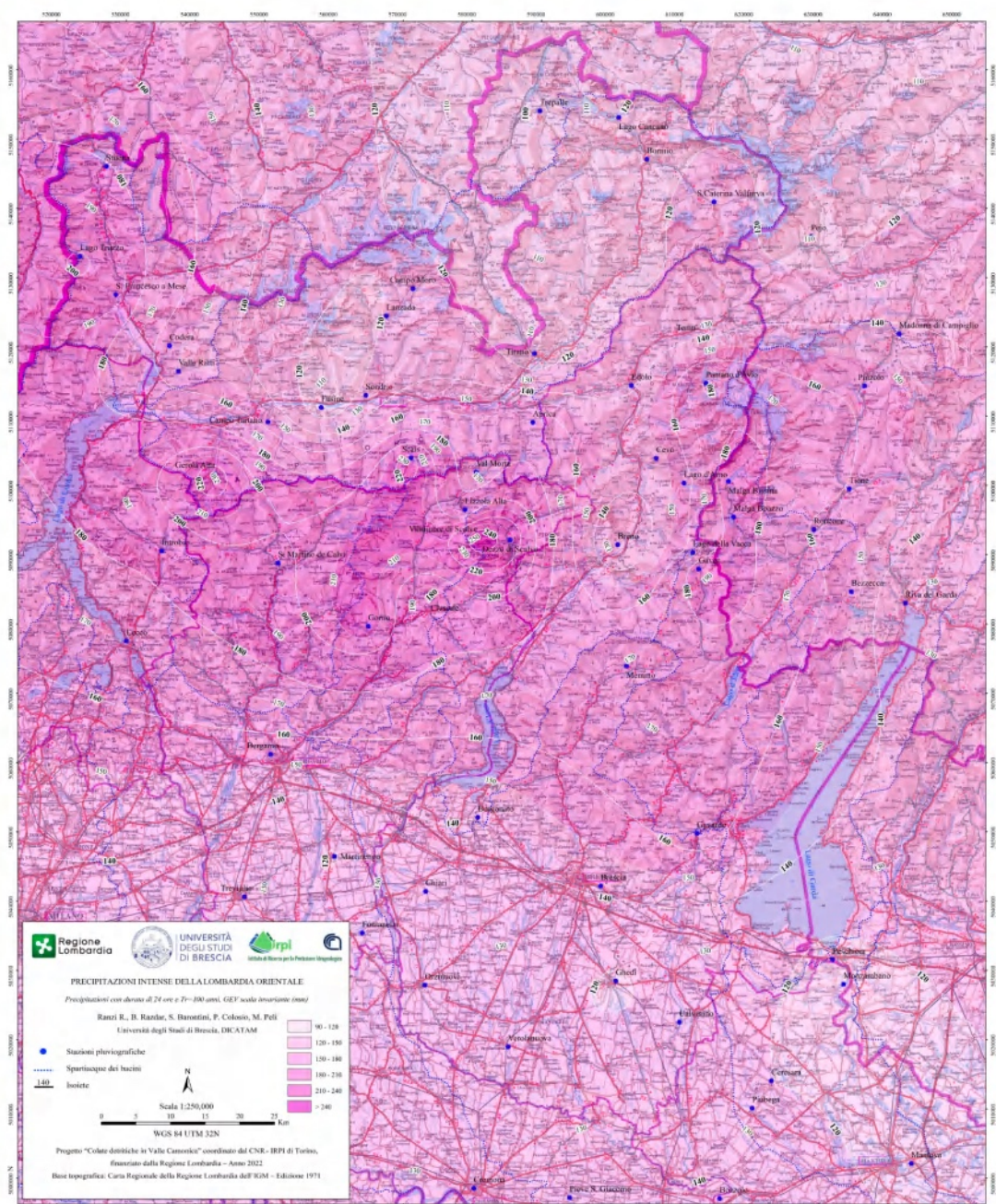


Figura 20 - Mappa delle precipitazioni temibili con durata 24 ore e $T=100$ anni determinate con distribuzione GEV scala invariante

Con i valori regionali dei parametri di dispersione, CV, e di forma, k , si possono calcolare i fattori di crescita K_T , cioè i quantili di durata oraria e tempo di ritorno assegnato che, moltiplicati per le precipitazioni medie $m(d)$ di durata, d , assegnata, $m(d)=m_1 d^{n_1}$ forniscono, infine, le altezze di precipitazione $h(d,T)=m(d)K_T$ di durata e tempo di ritorno assegnati. Per questa operazione è sufficiente conoscere i valori locali delle medie, m_1 , delle precipitazioni orarie massime annuali (Figura 14) e degli esponenti di scala della crescita delle medie con la durata, n_1 (Figura 15). I valori di K_T sono riportati in Tabella 13.

Tabella 13 - Fattori di crescita K_T delle precipitazioni di durata e tempo di ritorno assegnati per la Lombardia orientale. Ipotesi di distribuzione GEV con $CV=0.326$ e $k=-0.0165$.

Tempo di ritorno (anni)	K_T
2	0.944
5	1.230
10	1.422
20	1.609
50	1.854
100	2.041
200	2.228
300	2.339
500	2.479

13. Tendenze climatiche

Il t -Test di Welch determina se esiste una differenza significativa tra le medie di due gruppi che potrebbero avere varianze e dimensioni del campione disuguali. Proposto nel 1947 da Bernard Lewis Welch come una versione migliorata del tradizionale test t di Student, è più robusto di questo e si adatta meglio ad applicazioni del mondo reale in cui l'ipotesi di omogeneità della varianza viene meno.

Il calcolo del t -Test di Welch prevede diversi passaggi. Innanzitutto vengono calcolate le medie M e le deviazioni standard S di entrambi i gruppi. Successivamente, la statistica t del test viene calcolata utilizzando la formula:

$$t = \frac{(M1-M2)}{\sqrt{\frac{S1^2}{n1} + \frac{S2^2}{n2}}}, \quad (47)$$

dove $M1$ e $M2$ sono le medie dei due gruppi, $S1$ e $S2$ sono le deviazioni standard e $n1$ e $n2$ sono le dimensioni del campione.

I gradi di libertà per il t-Test di Welch vengono calcolati utilizzando la seguente formula:

$$df = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{s_1^4}{n_1^2(n_1-1)} + \frac{s_2^4}{n_2^2(n_2-1)}}. \quad (48)$$

Una volta calcolati t e df , queste statistiche possono essere impiegate in due test statistici, basati sulla distribuzione t di Student:

- Un test a due code, in cui le due medie della popolazione sono uguali
- Un test a una coda, in cui una delle medie della popolazione è maggiore o uguale all'altra.

Dividendo i campioni in due periodi, anteriore e posteriore al 1981, e selezionando le 19 serie con almeno 20 anni di dati in ciascuno dei due periodi (con l'eccezione di Edolo con 19 dati nel periodo successivo al 1981), applicando il test di Welch sulle medie dei due periodi (Tabella 14), si è riscontrato come per il 35% delle serie ci sia un aumento significativo e in nessun caso una diminuzione. In media l'aumento è del 14% per le piogge orarie e del 9% per quelle di 24 ore. Applicando il test di Mann Kendall (Tabella 15), per 8 delle 19 serie delle piogge di 1 ora e di 24 ore l'ipotesi di indipendenza delle serie rispetto al tempo viene rifiutata con significatività del 5%, con valore della Z di Mann-Kendall sempre positivo. La percentuale di serie con tendenza significativa all'aumento raggiunge il 45% selezionando le sole 11 serie nella zona montana. Questi risultati forniscono un'indicazione oggettiva su una tendenza significativa all'aumento delle precipitazioni massime annuali nella Lombardia Orientale negli ultimi 45 anni.

Tabella 14 - Variazione percentuale della media delle precipitazioni massime annuali di durata 1-3-6-12-24 ore nel periodo successivo al 1981 rispetto al periodo precedente.

St. Nat.	St. Prov.	Nome Stazione	Da	Ai	Num. Anni	1	3	6	12	24
2	2	Bergamo	1936	2021	34	4.1%	4.9%	5.4%	5.8%	6.3%
7	3	Bezzeca	1931	2005	24	19.0%	13.0%	9.3%	5.8%	2.4%
10	5	Bormio	1933	2021	40	25.0%	24.0%	23.3%	22.7%	22.1%
12	7	Breno	1931	2021	28	4.2%	7.3%	9.3%	11.4%	13.4%
13	8	Brescia	1949	2021	41	17.8%	6.8%	0.4%	-5.6%	-11.2%
20	15	Chiari	1933	2022	39	-2.5%	-5.3%	-7.0%	-8.7%	-10.4%
21	16	Clusone	1931	2021	26	23.8%	13.6%	7.6%	1.9%	-3.4%
23	17	Cremona	1930	2021	33	21.5%	16.9%	14.0%	11.3%	8.6%
27	19	Edolo	1934	2021	19	4.2%	7.0%	8.8%	10.7%	12.6%
31	23	Gaver	1932	2005	22	30.0%	24.8%	21.7%	18.7%	15.7%
40	28	Lago Cancano	1930	2011	20	-3.1%	-2.4%	-1.9%	-1.5%	-1.0%
43	32	Lanzada	1930	2011	28	18.7%	17.5%	16.7%	16.0%	15.2%
49	37	Mantova	1933	2021	27	16.1%	17.8%	18.9%	20.0%	21.1%
52	40	Mozambano	1950	2021	32	16.0%	18.2%	19.6%	21.0%	22.4%
55	43	Pejo	1932	2007	22	30.6%	26.3%	23.7%	21.1%	18.5%
62	48	Riva del Garda	1930	2018	34	22.4%	16.5%	12.9%	9.4%	6.1%
63	50	S. Caterina Valfurva	1952	2021	38	7.9%	7.9%	7.9%	7.9%	7.9%
73	57	Tione	1930	1988	34	19.2%	12.6%	8.5%	4.7%	0.9%
74	58	Tirano	1930	2021	27	-9.9%	1.4%	9.2%	17.7%	26.7%
Num	19		Media		30	14.0%	12.0%	11.0%	10.0%	9.1%
			Min		19	81	85%			
			Max		41	14	15%			

Tabella 15 - Test di Mann Kendall sulla assenza di trend delle serie con almeno 20 anni di dati sia antecedentemente che successivamente al 1981.

STAZIONE	H0	p-val	z 1 hr	H0	p-val	z 24 h
Bezzera	accept H0	0.4262	0.796	accept H0	0.7357	0.338
Bergamo	accept H0	0.7183	0.361	accept H0	0.9857	0.018
Bormio	reject H0	0.0180	2.366	reject H0	0.0056	2.768
Breno	accept H0	0.6240	0.490	reject H0	0.0108	2.548
Brescia	reject H0	0.0027	2.996	accept H0	0.3531	-0.929
Chiari	accept H0	0.5928	0.535	accept H0	0.8158	-0.233
Clusone	reject H0	0.0489	1.970	accept H0	0.5218	0.641
Cremona	reject H0	0.0093	2.602	accept H0	0.1008	1.641
Edolo	accept H0	0.1446	1.459	reject H0	0.0136	2.467
Gaver	reject H0	0.0004	3.522	reject H0	0.0122	2.507
Lago Cancano	accept H0	0.9491	-0.064	accept H0	0.8257	0.220
Lanzada	accept H0	0.0555	1.915	reject H0	0.0235	2.265
Mantova	accept H0	0.1918	1.305	reject H0	0.0093	2.600
Monzambano	accept H0	0.1448	1.458	accept H0	0.1199	1.555
Peio	reject H0	0.0119	2.514	reject H0	0.0190	2.345
Riva del Garda	reject H0	0.0001	3.894	accept H0	0.1920	1.305
S. Caterina	accept H0	0.4205	0.806	accept H0	0.0734	1.790
Tione	reject H0	0.0029	2.975	accept H0	0.2125	1.247
Tirano	accept H0	0.7698	0.293	reject H0	0.0400	2.054
montagna	In aumento significativo		8			8
			42%			42%
	In aumento significativo per Welch e MK		7			5
			37%			26%
	In aumento significativo per Welch e MK 1h e 24 h		12			
			32%			

14. Conclusioni

I risultati ottenuti nel corso dello studio sulle precipitazioni di massima intensità della Lombardia Orientale, con una base di dati ampiamente aggiornata rispetto a studi precedenti (Ubaldi et al., 2014), consentono di trarre alcune conclusioni sia dal punto di vista scientifico-conoscitivo che da quello tecnico-operativo.

Sono stati stimati i parametri delle linee segnalatrici di probabilità pluviometrica puntuali, scegliendo tra la distribuzione di Gumbel e la GEV che erano state individuate in un precedente studio come idonee ad interpretare le frequenze campionarie (Ranzi et al., 1999). Stimate le medie e il coefficiente di variazione delle serie con il metodo dei momenti ordinari, e il parametro di forma della GEV per le stazioni con più di 25 anni, con quello dei momenti pesati in probabilità, è risultato un valore medio spaziale del coefficiente di variazione, medio inter-durata, pari a 0.326 e un valore pari a $k=-0.0165$ del parametro di forma per la distribuzione GEV. I quantili risultanti dalle stime con i parametri CV e k medi regionali rispetto a quelli ottenuti dalle stime locali dei parametri risultano sottostimati di non più dell'11% per le durate comprese tra 1 ora e 6 ore, mentre risultano sovrastimati per meno del 3% per le durate di 12 e 24 ore e tempi di ritorno fino a 500 anni.

La variabilità spaziale della media delle precipitazioni orarie, m_1 , è ben interpretata da una tendenza alla diminuzione proporzionale alla distanza dalla pianura padana misurata lungo la direttrice orografica della catena alpina. La media delle precipitazioni orarie, m_1 , e l'esponente di scala, n_1 , mostrano, infatti, una variabilità spaziale funzione principalmente della latitudine, più ancora che dell'altitudine, misurata lungo una direzione inclinata di 23° rispetto al nord geografico. Analoga, ma con una opposta tendenza all'aumento con la distanza dalla pianura, la tendenza dell'esponente di scala, rispetto alla durata, delle medie massime annuali, n_1 .

È risultato come per il 79% delle stazioni non si possa rifiutare l'ipotesi di invarianza di scala semplice, a scala locale, cioè che si possa adottare un unico valore del coefficiente di variazione per le diverse durate. Dividendo i campioni in due periodi, anteriore e posteriore al 1981, e selezionano le 19 serie con almeno 20 anni di dati in ciascuno dei due periodi (con l'eccezione di Edolo con 19 dati nel periodo successivo al 1981), applicando il test di Welch sulle medie dei due periodi, si è riscontrato come per il 35% delle serie ci sia un aumento significativo e in nessun caso una diminuzione, suffragando quindi l'ipotesi di una variazione del clima anche dal punto di vista statistico, come sta emergendo nei più recenti studi (Dallan et al., 2025; Mazzoglio et al., 2025). In media l'aumento è del 14% per le piogge orarie e del 9% per quelle di 24 ore. Applicando il test di Mann Kendall, per 8 delle 19 serie delle piogge di 1 ora e di 24 ore l'ipotesi di indipendenza delle serie rispetto al tempo viene rifiutata con significatività del 5%, con valore della Z di Mann-Kendall sempre positivo, ad indicare un aumento dell'intensità di pioggia. La percentuale di serie con tendenza significativa all'aumento raggiunge il 45% selezionando le sole 11 serie nella zona montana.

Questi risultati forniscono un'indicazione oggettiva su una tendenza significativa all'aumento delle precipitazioni massime annuali nella Lombardia Orientale negli ultimi 45 anni. I risultati del lavoro, riassunti in mappe rappresentate sulla base cartografica dell'IGM in scala 1:250'000 nell'edizione del 1971, sono di immediata applicabilità tecnica per la stima delle piogge intense in ogni punto dell'area di indagine, per la

progettazione delle opere idrauliche e per la stima della frequenza di accadimento degli eventi osservati.

RINGRAZIAMENTI

Si ringraziano l'Istituto di Ricerca per la Protezione Idrogeologica del CNR e la Regione Lombardia nell'ambito di un Progetto multidisciplinare di monitoraggio delle Colate Detritiche in Valcamonica in convenzione di ricerca con il DICATAM dell'Università di Brescia.

BIBLIOGRAFIA

- Alifracco, G. e G. Ferretti, Studio delle precipitazioni intense in provincia di Brescia e verifica funzionale della rete pluviometrica esistente, *Provincia di Brescia*, 1985.
- ARPA Lombardia, Il monitoraggio degli eventi estremi come strategia di adattamento ai cambiamenti climatici, ARPA Lombardia, Milano, 2013.
- Bacchi, B. e N.T. Kottegoda, Identification and calibration of spatial correlation patterns of rainfall, *J. of Hydrol.*, 165, 311-348, 1995.
- Bacchi, B., Mariani, M. e R. Ranzi, *Analisi delle piogge intense e forte intensità a scala regionale: Pianura Padana, Valtellina e Orobie*, Rapporto interno del Dip. di Ingegneria Civile dell'Università degli Studi di Brescia, 1995.
- Brath, A., Rosso, R., Becciu, G. e P. Burlando, Criteri, metodologie e tecniche di stima della piena di progetto, *Rapporto interno del Politecnico di Milano*, 1993.
- Burlando, P. e R. Rosso, Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves of storm precipitation, *J. of Hydrol.*, 187, 45-64, 1996.
- Buzzi, A., M. Fantini, P. Malguzzi e F. Nerozzi, Validation of a Limited Area Model in cases of Mediterranean Cyclogenesis: surface fields and precipitation scores, *Meteorol. Atmos. Phys.*, 53, 137-153, 1994.
- Cannarozzo, M., D'Asaro, F. e V. Ferro, Valutazione delle piene in Sicilia, *CNR-GNDCI*, 1993.
- Chua, S.H. e R.L. Bras, Estimation for stationary and non stationary random fields: Kriging in analysis of orographic precipitations, *Ralph M. Parson Laboratory, Dep. Of Civil Eng.*, Report 255, 1980.
- Copertino, V.A. e M. Fiorentino, Valutazione delle piene in Puglia, *CNR-GNDCI*, 1994.
- Dallan E., Marchi, L., Rosatti G., Zugliani D., Cavalli M., Crema S., Valentinotti R. e M. Borga, What can be learnt from the catastrophic failure of a check dam system? A forensic analysis of a cascading natural-anthropogenic hazard. *Natural Hazards* 121: 12909–12931, 2025
- De Michele, C., Rosso, R., and Rulli, M. C.: Il regime delle precipitazioni intense sul territorio della Lombardia, Tech. rep., ARPA Lombardia, Milano, 2005 (in Italian).

- Franchini, M. e G. Galeati, La regionalizzazione delle piogge intense mediante il modello TCEV. Un'applicazione alla regione Romagna Marche, *Idrotecnica*, 5, 237-253, 1994.
- Formetta, G., Marra, F., Dallan, E., Zaramella, M. e M. Borga, Differential orographic impact on sub-hourly, hourly, and daily extreme precipitation, *Advances in Water Resources*, 159, 104085, 2022.
- Gabriele, S. e G. Iritano, Alcuni aspetti teorici e applicativi nella regionalizzazione delle piogge con il modello TCEV, *Pubblicazione N°1089 del CNRGNDCI*, 1994.
- Glisenti, M., Impiego delle serie temporali delle precipitazioni di Brescia per la progettazione delle reti di drenaggio, *Tesi di laurea (non pubblicata)*, 1998.
- Hosking, J.R.M., L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 52(1), 105-124, 1990.
- Jenkinson, A. F., General extreme value distribution, In *Estimation of maximum floods*, World meteorological Organization, Technical Note, no. 98, chapter 5, 183-257, 1969.
- Jenkinson, A. F., The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) value of meteorological elements, *Q. J. Royal Meteorol. Soc.*, Vol. 81, 157-171, 1955.
- Kendall, M.G. e A. Stuard, The advanced theory of statistics, Vol. 2, *Hafner Publ. Co.*, New York, 1967.
- Kottegoda, N.T. e R. Rosso, Statistics, Probability and Reliability for Civil and Environmental Engineers, *McGraw-Hill*, 1997.
- Masoni, U., Corso di Idraulica teorica e pratica, *Pellerano Editore*, Napoli, 1921.
- Matalas, N.C. e E.J. Gilroy, Some comments on regionalization in hydrologic studies, *Water Resour. Res.*, 4(6), 1361-1369, 1968.
- Mazzoglio, P., Viglione, A., Ganora, D. e P. Claps, Mapping the uneven temporal changes in ordinary and extraordinary rainfall extremes in Italy. *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 58, 102287, 2025
- Moisello, U., Il regime delle piogge intense di Milano, *Ingegneria Ambientale*, Vol. 5, n. 6, 545-561, 1976.
- Peli, M., Tedoldi, C., Razdar, B., Colosio, P., Barontini, S., Tomirotti, M. e R. Ranzi, Aggiornamento delle curve di possibilità pluviometrica della provincia di Brescia,

Book of abstract delle Giornate dell'Idrologia 2025,
doi:10.5281/zenodo.17298437, 2025

- Penta, A., Silvagni, G. e P. Versace, Analisi regionale dei massimi annuali delle portate al colmo di piena, *Atti dell'incontro di studio "Estremi idrologici e modelli di previsione"*, Perugia 1978.
- Ranzi, R., Sulla struttura spazio-temporale dei campi di precipitazione alla mesoscala, *Tesi di Dottorato di Ricerca*, Politecnico di Milano, Milano, 137, 1994.
- Rossi, F. e P. Versace, Criteri e metodi per l'analisi statistica delle piene, *CNR-P.F. conservazione del suolo*, n. 165, 63-130, 1982.
- Rossi, F., Fiorentino, M. e P. Versace, Two component extreme value distribution for flood frequency analysis, *Water Resour. Res.*, 20(7), 847-856, 1984.
- Rossi, F. e P. Villani, Valutazione delle piene in Campania, *CNR-GNDCI*, 1994.
- Stuard, A. e K. Ord, Kendall's advanced theory of statistics, Vol. 1, Distribution theory, *Edward Arnold*, London, 1994.
- Uboldi, F., Sulis, A. N., Lussana, C., Cislighi, M. e M. Russo, A spatial bootstrap technique for parameter estimation of rainfall annual maxima distribution, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 18, 981–995, 2014.
- Versace, P., Ferrari, E., Gabriele, S., Rossi, F., Valutazione delle piene in Calabria, *CNR-GNDCI*, 1989.
- Villani, P., Analisi idrologica delle massime precipitazioni e delle massime portate di piena in una regione omogenea al bacino del T. Tanaro, Convenzione regione Piemonte, *CUGRI*, 1998.
- Villi, V., Valutazione delle piene nel Triveneto, *CNR-GNDCI*, 1999 (in stampa).
- Wiltshire, S.E., Identification of homogeneous regions for flood frequency analysis, *J. of Hydrol.*, 84, 287-302, 1986

Appendice A: Limiti di confidenza delle linee segnalatrici scala-invarianti.

Scritta per ciascuna stazione pluviometrica la stima, h , dell'altezza di precipitazione a durata e tempo di ritorno assegnati, come funzione di m_1 , CV e n , a loro volta variabili casuali, come

$$h(d, T) = h(m_1, CV, n) = m_1 (1 + K_T CV) d^n \quad (A.1)$$

e assunta la stima h una variabile gaussiana, i limiti di confidenza possono essere scritti come

$$h(d, T) \pm K_{\alpha/2} Var^{1/2} h \quad (A.2)$$

essendo $K_{\alpha/2}$ la variabile normale standard con probabilità di superamento pari ad $\alpha/2$. Applicando il metodo dei momenti approssimati (Stuart e Ord, 1994, pag. 350), nell'ipotesi che il contributo della covarianza tra i parametri sia trascurabile, la varianza di stima, risulta

$$Var h = \left(\frac{\partial h}{\partial m_1} \right)^2 Var m_1 + \left(\frac{\partial h}{\partial CV} \right)^2 Var CV + \left(\frac{\partial h}{\partial n} \right)^2 Var n \quad (A.3)$$

Le derivate che compaiono nella precedente relazione valgono:

$$\frac{\partial h}{\partial m_1} = (1 + K_T CV) d^n, \quad (A.4)$$

$$\frac{\partial h}{\partial CV} = m_1 K_T d^n, \quad (A.5)$$

$$\frac{\partial h}{\partial n} = m_1 (1 + K_T CV) d^n \ln d, \quad (A.6)$$

mentre le varianze di stima dei singoli parametri possono essere calcolate come di seguito indicato. La varianza del parametro m_1 è stimabile come somma di quella campionaria, dovuta alla limitata numerosità del campione, e quella indotta dal modello regressivo adottato.

$$Var\ m_1 = \frac{\sigma^2[h(1)]}{N_1} + Var_{regr}\ m_1 \quad (A.7)$$

La varianza di stima del coefficiente di variazione (Stuart e Ord, 1994, 352-353) è funzione del numero di osservazioni indipendenti, N_e

$$VarCV = \frac{CV^2}{N_e} \left[\frac{\mu_4 - \mu_2^2}{4\mu_2^2} + \frac{\mu_2}{\mu_1^2} - \frac{\mu_3}{\mu_2\mu_1} \right] \stackrel{Norm}{=} \frac{CV^2}{N_e} \left[\frac{\sigma^4}{2\sigma^4} + CV^2 \right] = \frac{CV^2}{N_e} \left[\frac{1}{2} + CV^2 \right] \quad (A.8)$$

La relazione a destra vale nell'ipotesi, semplificativa, di normalità della variabile.

N_e è stimabile (Rossi e Villani, 1994) come funzione del numero totale, N , di osservazioni di altezza di precipitazione massima annuale di durata compresa tra 1 e 24 ore, e della correlazione media, ρ , tra le altezze di precipitazione standardizzate:

$$N_e = \frac{N}{1 + (N-1)\rho^2} \quad (A.9)$$

La varianza dell'esponente di scala n può anch'essa essere stimata come somma di quella campionaria e quella del modello regressivo adottato:

$$Var\ n = Var_{camp}\ n + Var_{regr}\ n \quad (A.10)$$

Essendo, inoltre, n stimato in base alle medie delle piogge di durata 1, 3, 6, 12 e 24 ore,

$$n = f(m_1, m_3, m_6, m_{12}, m_{24}) = \frac{1}{4} \left(\frac{\ln m_3 - \ln m_1}{\ln 3} + \frac{\ln m_6 - \ln m_1}{\ln 6} + \frac{\ln m_{12} - \ln m_1}{\ln 12} + \frac{\ln m_{24} - \ln m_1}{\ln 24} \right), \quad (A.11)$$

la sua varianza campionaria è stimabile, in via approssimata, come:

$$Var_{camp}\ n = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \frac{\partial f}{\partial m_i} \bigg|_m \frac{\partial f}{\partial m_j} \bigg|_m \frac{Cov(h_i h_j)}{N_{ij}} \quad (A.12)$$

La varianza di stima dei parametri m_I , CV ed n medi spaziali, adottati per stimare una linea segnalatrice media per un bacino, è infine approssimabile mediante la somma pesata delle varianze di stima dei parametri stimati puntualmente. Indicati questi con il simbolo generico θ_i , la varianza relativa alle N stazioni utilizzate per l'interpolazione, pesate mediante opportuni coefficienti di influenza, λ_i , vale:

$$Var\theta = \sum_{i=1}^N \lambda_i^2 Var\theta_i \quad (A.13)$$

Stimata, in questo modo, la varianza dei parametri delle linee segnalatrici, mediamente rappresentativi per l'area di interesse, la varianza di stima delle altezze di precipitazione risulta dall'applicazione della (A.3).

Allegato:

Cristian Tedoldi, Aggiornamento delle curve di possibilità pluviometrica della provincia di Brescia in relazione alla variabilità climatica-Allegati, Tesi di Laurea Magistrale, Università di Brescia, 2024.

Mappe dei parametri e curve di possibilità climatica

<https://drive.google.com/file/d/1prAgOgKHQ0ek1xuISlaZWAWIq49XAKRF/view?usp=sharing>