



MINISTERO DELLE FINANZE

Le operazioni geodetiche di misura  
delle deformazioni altimetriche  
e delle variazioni di pendenza della Torre di Pisa

CARLO MONTI - GIORGIO VASSENA

*Estratto da*  
«Rivista del Dipartimento del Territorio»

N. 1 - 1995

## Le operazioni geodetiche di misura delle deformazioni altimetriche e delle variazioni di pendenza della Torre di Pisa

CARLO MONTI (\*) - GIORGIO VASSENA (\*)

### INTRODUZIONE

Nel 1993 il «Comitato per gli interventi di consolidamento e restauro della Torre di Pisa», attraverso il concessionario «Consorzio Progetto Torre di Pisa<sup>1)</sup>», ha affidato alla sezione Rilevamento del Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Ambientale e del Rilevamento del Politecnico di Milano, la supervisione ed interpretazione dei rilievi geodetici-topografici nella Piazza dei Miracoli e sulla Torre di Pisa. In questo articolo vengono descritte le operazioni di creazione o ripristino delle reti geodetiche di controllo, le modalità d'esecuzione e di trattamento delle misure, la presentazione dei risultati. Non vengono descritti i risultati del controllo, in quanto ancora allo studio della Commissione stessa.

### ABSTRACT

During 1993 the «Comitato per gli interventi di consolidamento della Torre di Pisa», gave to the Department of Ingegneria Idraulica, Ambientale e del Rilevamento of the Politecnico di Milano the task to make a supervision and to give an interpretation at the geodetic measurements made in the Piazza dei Miracoli and on the Leaning Tower. This article briefly describes the new geodetic network used to measure the leaning of the tower and the main characteristics of levelling network. The results of the control are still under the study of the Commission and for this reason still not presented in this paper.

### 1. - INTRODUZIONE STORICA<sup>2)</sup>

Le operazioni di costruzione del campanile del Duomo di Pisa cominciarono nell'anno 1173 sotto la guida di Bonanno di Pisa. La modalità costruttiva, che consisteva nel montaggio di pezzi già preparati a terra in precedenza, permise di raggiungere, già nell'anno 1174, l'attacco del primo ordine di colonne. In realtà dunque, anche se il montaggio della Torre cominciò solo nel 1173, le operazioni di sagomatura degli elementi costituenti la Torre ebbero inizio sicuramente diversi anni prima.

(\*) Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Ambientale e del Rilevamento, Sezione Rilevamento, Politecnico di Milano.

<sup>1)</sup> Consorzio Progetto Torre di Pisa - BONIFICA - ISMES - ITALSONDA - RODIO - TREVIL.

<sup>2)</sup> Informazioni storiche tratte da: «Ricerche e studi su la Torre pendente di Pisa e i fenomeni connessi alle condizioni d'ambiente», Ministero dei Lavori Pubblici, Commissione per il consolidamento della Torre pendente di Pisa, Volumi primo e secondo, Istituto Geografico Militare, Firenze, 1971.

La costruzione avanzò fino al completamento di circa metà del quarto ordine, intorno all'anno 1178. A questo punto i lavori furono sospesi per circa un secolo, fino agli anni 1272-1278.

Il motivo di tale sospensione non è certo, ma non sembra imputabile ai dissesti che già nel 1178 la Torre aveva subito. Gli architetti pisani erano infatti assolutamente abituati ad osservare tali deformazioni negli edifici della città ed è probabile che tale lunga sospensione sia in realtà stata utilizzata per continuare la sagomatura a terra degli elementi della Torre e per permettere il necessario e graduale assestamento del terreno delle fondamenta della Torre, prima di continuare con l'innalzamento del monumento.

La ripresa dei lavori, fissabile tra gli anni 1272 e 1278, permise in pochi anni e comunque entro il 1301, di raggiungere, sotto la guida di Giovanni di Simone, l'attacco dell'ottavo ordine di colonne.

La Torre venne infine portata a termine tra il 1360 e il 1370 da Tommaso d'Andrea.

Da quella data la Torre ha cominciato il suo graduale movimento di sprofondamento e di incremento di pendenza.

Nel 1908 un'apposita commissione nominata dal Ministero della Pubblica Istruzione per lo studio delle condizioni statiche della Torre di Pisa, definì, in particolare grazie agli studi del Prof. Paolo Pizzetti, un procedimento geodetico per la determinazione della posizione planimetrica della Torre e una prassi, in seguito sempre utilizzata, per controllarne l'inclinazione. Tale commissione provvide, a tale scopo, a definire nell'intorno della Torre 7 punti, indicati con le lettere *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *X* aventi funzione di vertici delle reti planimetrica ed altimetrica (Fig. 1) [1]; da allora i vertici *E* e *D* vennero sempre utilizzati per le misure angolari di pendenza.

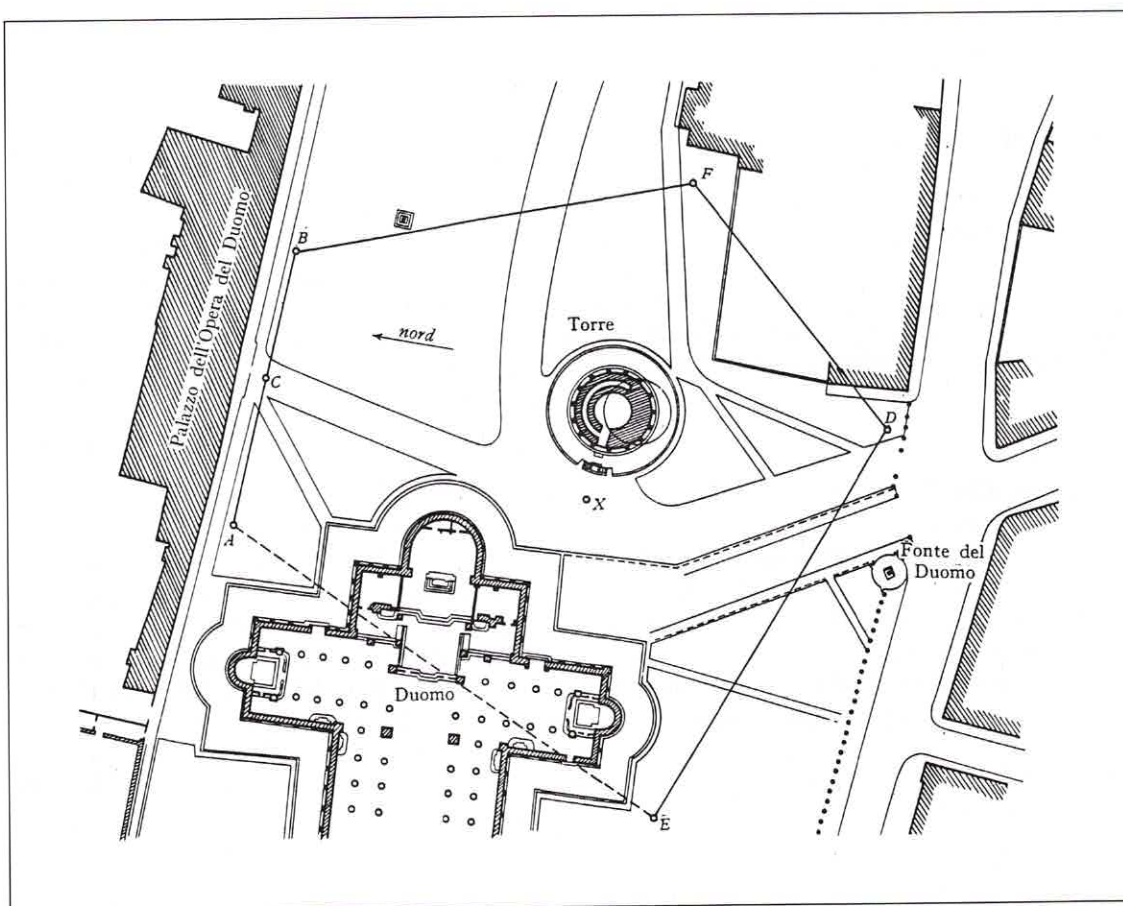


Fig. 1 - Posizione dei 7 vertici della rete planimetrica tracciata nel 1911



La rete di tipo altimetrico, misurata tramite livellazione geometrica, subì, al contrario, numerose integrazioni nel tempo. In particolare, nel 1928, il Prof. Gino Cassinis integrò i 7 capisaldi già citati, con 6 nuovi capisaldi; quattro,  $\alpha'$ ,  $\beta'$ ,  $\gamma'$ ,  $\delta'$  (Fig. 2) [1] posti sugli zoccoli della base di 4 delle 15 colonne esterne alla Torre e due,  $\varphi'$ , e  $\psi'$ , posti rispettivamente a destra entrando dell'ingresso orientale del Battistero e sulla base della colonna del cortile dell'Arcivescovado (Fig. 3), immediatamente a destra entrando. Il punto  $\varphi'$  fu da allora preso come riferimento per le operazioni di livellazione geometrica.

Nel 1965 il Ministero per i Lavori Pubblici istituì una Commissione per il consolidamento della Torre Pendente di Pisa. Tale commissione, che fu presieduta per cinque anni dal Prof. Giovanni Polvani, eseguì notevoli interventi di integrazione della rete altimetrica di controllo. In particolare:

- a fianco dei capisaldi a testa piana  $A, B, C, D, E, F$  ( $X$  è andato perso), costruiti nel 1911, vennero materializzati dei capisaldi in acciaio inossidabile a testa sferica, aventi unicamente la funzione di riferimento altimetrico, che permettevano un più accurato posizionamento della stadia (Fig. 4). Tali capisaldi vennero nominati  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}, \bar{E}, \bar{F}$ ;
- negli zoccoli dei basamenti delle 15 colonne esterne alla Torre vennero posizionati dei capisaldi in bronzo a testa emisferica nominati  $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}, \bar{11}, \bar{12}, \bar{13}, \bar{14}, \bar{15}$  (Fig. 5);
- sui basamenti del Battistero e del Duomo vennero posizionati 10 ulteriori capisaldi, uguali a quelli posti sulla Torre, nominati  $\bar{16}, \bar{17}, \bar{18}, \bar{19}, \bar{20}, \bar{21}, \bar{22}, \bar{23}, \bar{24}, \bar{25}$ ;
- la rete di livellazione venne inoltre infittita, grazie all'intervento di Salvioni dell'Istituto Geografico Militare, con dei capisaldi in sottosuolo nominati  $\bar{H}, \bar{I}, \bar{L}, \bar{M}, \bar{N}, \bar{O}, \bar{P}, \bar{Q}, \bar{R}, \bar{S}$  e costituiti da un riferimento in ceramica compressa. Tali vertici, tuttora esistenti, furono difesi da un pozzetto di ghisa con chiusino (Fig. 6);
- per collegare tutti i capisaldi citati in precedenza, vennero posizionati dei capisaldi metallici, ben ancorati nel terreno della Piazza dei Miracoli, aventi funzione di punti di passaggio. Tali capisaldi sono protetti da un coperchio metallico a sua volta nascosto alla vista in quanto ricoperto dalle zolle del prato della piazza. La conoscenza precisa delle distanze relative tra i capisaldi e degli allineamenti ne permette comunque una rapida individuazione (Fig. 7).

La rete altimetrica che in questo modo è venuta a crearsi ha dunque assunto una struttura finale che si è conservata fino al 1993. In tale periodo infatti il «Comitato per gli interventi di consolidamento e restauro della Torre di Pisa<sup>3)</sup>» [presieduto dal Prof. Jamiolkowski (Italia) e avente come responsabile scientifico il Prof. Burland (Inghilterra)], attraverso il concessionario «Consorzio Progetto Torre di Pisa», è intervenuto ripristinando la rete del 1965 ed integrandola con nuovi capisaldi per migliorare la conoscenza delle deformazioni altimetriche in particolare in prossimità della Torre. Nella nuova fase di controllo il Politecnico di Milano, Dip. I.I.A.R., è stato incaricato della supervisione delle misure sul campo e della elaborazione e analisi delle stesse. Il Consorzio ha effettuato i seguenti interventi:

- la costruzione di un caposaldo metallico di profondità ( $DDI$ ), che possa assicurare un'assoluta stabilità altimetrica. Il caposaldo  $\varphi'$  che storicamente era stato assunto come riferimento, è infatti sicuramente soggetto a movimenti altimetrici ciclici del terreno della Piazza dei Miracoli rispetto al terreno più profondo, a causa della stagionale variazione delle condizioni climatiche e della quota della falda freatica;
- l'installazione, lungo i muri interni della base della Torre Pendente, di 9 stadiе, centimetrata in acciaio-invar, nominate  $101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109$  (Fig. 8). Queste ultime permettono di osservare le variazioni di quota anche della muratura interna al monumento e non solo di quella esterna, come avveniva fino ad ora tramite i 15 capisaldi esterni;

<sup>3)</sup> Comitato nominato dalla Presidenza del Consiglio dei Ministri.

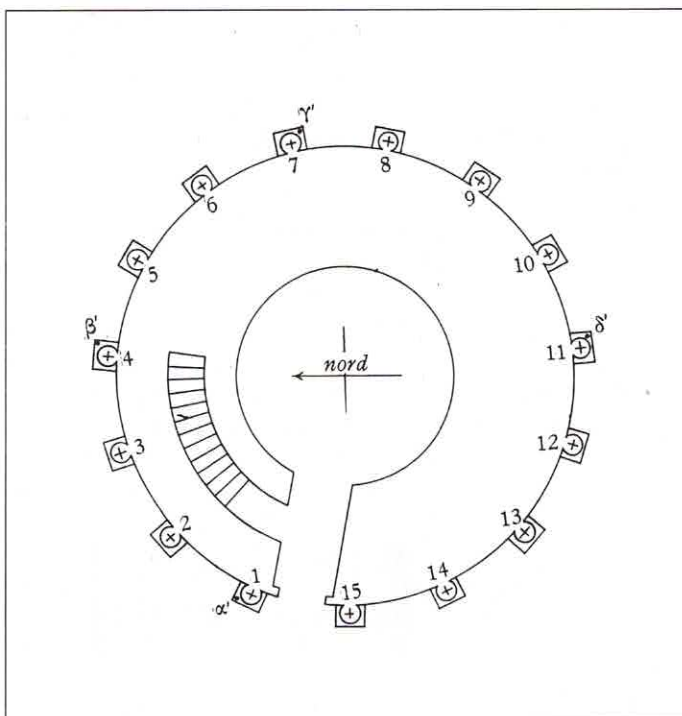


Fig. 2 - Posizione dei 4 capisaldi di controllo altimetrico installati, nel 1928, dal Prof. Gino Cassinis sugli zoccoli di base di 4 delle 15 colonne esterne alla Torre



Fig. 3 - Il capisaldo di livellazione  $\psi'$  (installato nel 1928 dal Prof. Cassinis) posto sulla base della colonna del cortile dell'Arcivescovado, immediatamente a destra entrando





Fig. 4 – Immagine del caposaldo *D* con in primo piano il vertice planimetrico del 1911 (scuro) e il caposaldo altimetrico installato nel 1965 (chiaro)



Fig. 5 – Immagine dei capisaldi in bronzo posizionati nel 1965 sui basamenti delle 15 colonne poste alla base esterna della Torre





Fig. 6 – Stadia posizionata in corrispondenza di un caposaldo in ceramica situato nella Piazza dei Miracoli e protetto da un chiusino in ghisa

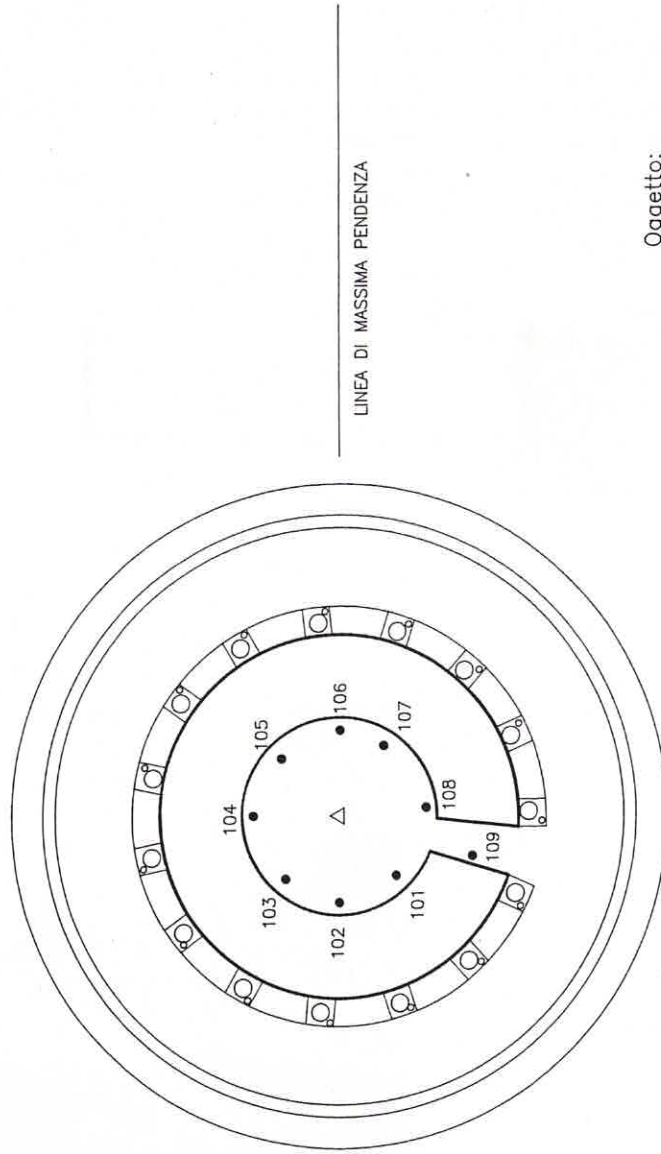


Fig. 7 – Capisaldi altimetrici posti al di sotto delle zolle di prato della Piazza dei Miracoli e aventi funzione di «punti di passaggio» per la chiusura degli anelli che collegano i capisaldi della rete di livellazione



**POLITECNICO DI MILANO**  
**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA**  
**IDRAULICA AMBIENTALE E DEL**  
**RILEVAMENTO**

**SEZIONE RILEVAMENTO**



Oggetto:  
 RILIEVI GEODETICI-TOPOGRAFICI  
 NELLA PIAZZA DEI MIRACOLI  
 E SULLA TORRE DI PISA

RETE DI LIVELLAZIONE  
 INTERNA ALLA TORRE

Figura 8



LEGENDA:

● NUOVI CAPISALDI

△ STAZIONE TREPIEDE RIGIDO

Fig. 8 - Rete di livellazione interna alla Torre



- l'installazione di 9 capisaldi (231, 232, 234, 235, 236, 238, 239, 240, 241) posti a formare una linea di livellazione che collega il vertice  $\psi'$  con i vertici posti nella Piazza dei Miracoli. Di questi, 3 sono costituiti da capisaldi in acciaio a testa sferica; i rimanenti da chiodi infissi nel terreno e aventi unicamente la funzione di «punti di passaggio»;
- l'installazione di 4 capisaldi in acciaio con testa sferica (306, 506, 932, 933), infissi nella pietra dei canali di raccolta dell'acqua piovana al limitare nord (506) e sud (306) del transetto del Duomo e di fronte alla facciata del Duomo stesso (932, 933);
- l'installazione di 3 capisaldi posti lungo l'anello di collegamento del nuovo punto fisso profondo *DDI* con la rete di livellazione. Il vertice 126 è adiacente al Palazzo dell'Opera della Primaziale di Pisa ed è costituito da un caposaldo in acciaio a testa sferica. I vertici 150 e 123 sono entrambi costituiti da un caposaldo a testa sferica in acciaio inox collocato su un pilastrino in calcestruzzo;
- l'installazione di 6 capisaldi a testa sferica, in acciaio, posti lungo il settore nord del catino della Torre Pendente (201, 202, 203, 204, 205, 206);
- l'installazione di n. 4 capisaldi a testa sferica, in acciaio, posti sulla sommità del muro di contenimento che circonda il catino della Torre pendente. I capisaldi sono posti rispettivamente ad est (209), ovest (207) e lungo la direzione di massima pendenza delle Torre, nord (208) e sud (210);
- l'installazione di 24 capisaldi posti all'interno di chiusini metallici e disposti in maniera da formare 4 raggi aventi origine dal bordo del catino della Torre e disposte lungo la direzione di massima pendenza e lungo la direzione est-ovest. punti: [6-5-4-3-2-1 (braccio nord); punti 7-8-9-10-11-12-13 (braccio sud); punti 18-17-16-15-14 (braccio ovest); punti 19-20-21-22-23-24 (braccio est)] (Fig. 9).



Fig. 9 - Immagine di una delle due stadiie, dotate di supporti telescopici di sostegno, utilizzate nelle operazioni di livellazione geometrica. Le stadiie hanno un'altezza di 3 metri e una graduazione mezzocentimetrata, adeguata alle caratteristiche del micrometro dell'autolivello *Zeiss Nil*, anch'esso mezzocentimetrato

La rete altimetrica così strutturata è dunque composta da 139 capisaldi collegati con 176 misure di dislivello geometrico e comprende sia il nuovo caposaldo di riferimento *DDI* che i riferimenti storici  $\varphi'$  e  $\psi'$ . Per snellire le operazioni di trattamento delle misure, si è provveduto a rinominare momentaneamente, con codici esclusivamente numerici, i capisaldi di precedente installazione. La notevole varietà di convenzioni di codici di identificazione dei capisaldi, utilizzate nel tempo, facenti uso di apici, sovrassegnature, lettere greche, lettere romane, numeri, avrebbe infatti complicato sia le operazioni di riconoscimento dei capisaldi e dunque di misura dei dislivelli sia l'utilizzo dei programmi informatici di trattamento delle misure. Le *Tabelle 1, 2, 3, 4, 5 e 6* riportano l'elenco completo dei capisaldi della rete altimetrica e, dove esistente, anche il precedente codice di identificazione. Tutte le piante che presentano la rete di livellazione utilizzano i nuovi codici di identificazione dei capisaldi. Le *Figg. 10 e 11* riportano la situazione della rete di livellazione altimetrica aggiornata al febbraio 1994.

Il Consorzio ha inoltre provveduto ad un aggiornamento e revisione della modalità di misura della pendenza e della flessione della Torre, procedendo alla costruzione di 3 vertici di stazione strumentale (*Fig. 12*), costituiti da un plinto in calcestruzzo armato sul quale sono solidalmente vincolati dei riferimenti metallici. Su questi ultimi, protetti da un chiusino in ghisa e da cappucci metallici svitabili, è possibile montare con precisione un pilastro metallico sul quale si esegue il centramento forzato del teodolite integrato (*Fig. 13*).

*Tabella 1 - TORRE PENDENTE DI PISA*

Tabella di conversione tra la convenzione storica e la convenzione del Politecnico di Milano relativa all'identificazione dei capisaldi della livellazione geometrica

Nome caposaldo con convenzione del Consorzio	Nome caposaldo convenzione Politecnico di Milano
$\varphi'$	100
$\psi'$	1020
$\bar{A}$	1010
$\bar{B}$	1008
$\bar{C}$	1009
$\bar{D}$	1013
$\bar{E}$	1011
$\bar{F}$	1018
$\bar{H}$	1005
$\bar{I}$	1006
$\bar{L}$	1002
$\bar{M}$	1004
$\bar{N}$	1012
$\bar{O}$	1015
$\bar{P}$	1017
$\bar{Q}$	1016
$\bar{R}$	1014
$\bar{X}$	1003
DD1	999



*Tabella 2 – TORRE PENDENTE DI PISA*

Tabella di conversione tra la convenzione storica e la convenzione del Politecnico di Milano relativa all'identificazione dei caposaldi della livellazione geometrica

Nome caposaldo con convenzione del Consorzio	Nome caposaldo convenzione Politecnico di Milano
I <sub>2</sub>	122
I <sub>4</sub>	124
I <sub>5</sub>	125
III <sub>1</sub>	301
III <sub>2</sub>	302
III <sub>3</sub>	303
III <sub>4</sub>	304
III <sub>5</sub>	305
IV <sub>1</sub>	401
IV <sub>2</sub>	402
IV <sub>3</sub>	403
IV <sub>4</sub>	404
IV <sub>5</sub>	405
IV <sub>6</sub>	406
IV <sub>7</sub>	407
V <sub>2</sub>	502
V <sub>1</sub>	501
V <sub>3</sub>	503
V <sub>4</sub>	504
V <sub>5</sub>	505
VI <sub>1</sub>	601
VI <sub>2</sub>	602
VI <sub>3</sub>	603
VI <sub>4</sub>	604
VI <sub>5</sub>	605
VII <sub>1</sub>	701
VII <sub>2</sub>	702
VII <sub>3</sub>	703
VII <sub>4</sub>	704

*Tabella 3* - TORRE PENDENTE DI PISA

Tabella di conversione tra la convenzione storica e la convenzione del Politecnico di Milano relativa all'identificazione dei caposaldi della livellazione geometrica

Nome caposaldo con convenzione del Consorzio	Nome caposaldo convenzione Politecnico di Milano
VII <sub>5</sub>	705
VII <sub>6</sub>	706
$\bar{1}$	901
$\bar{2}$	902
$\bar{3}$	903
$\bar{4}$	904
$\bar{5}$	905
$\bar{6}$	906
$\bar{7}$	907
$\bar{8}$	908
$\bar{9}$	909
$\bar{10}$	910
$\bar{11}$	911
$\bar{12}$	912
$\bar{13}$	913
$\bar{14}$	914
$\bar{15}$	915
$\bar{16}$	916
$\bar{17}$	917
$\bar{18}$	918
$\bar{19}$	919
$\bar{20}$	920
$\bar{21}$	921
$\bar{22}$	922
$\bar{23}$	923
$\bar{24}$	924
$\bar{25}$	925



*Tabella 4 – TORRE PENDENTE DI PISA*  
 Capisaldi già esistenti ma non inseriti nel documento n. 3, 1991, IGM  
 (Nomi dei caposaldi secondo la convenzione del Politecnico di Milano)

ZONA CATTEDRALE
930
931
934
935

*Tabella 5 – CAPISALDI DI NUOVA COSTITUZIONE*  
 (Nomi dei caposaldi secondo la convenzione del Politecnico di Milano)

ZONA CATTEDRALE	PIAZZA DEI MIRACOLI, VIA TORELLI E PIAZZA ARCIVESCOVADO	INTERNO TORRE	CATINO TORRE
932	506	101	201
933	126	102	202
—	231	103	203
—	232	104	204
—	233	105	205
—	234	106	206
—	235	107	207
—	236	108	208
—	238	109	209
—	239	—	210
—	240	—	—
—	241	—	—

*Tabella 6 – CAPISALDI DELLE RAGGIERE*  
 (Nomi dei caposaldi secondo la convenzione del Politecnico di Milano)

BRACCIO NORD	BRACCIO EST	BRACCIO SUD	BRACCIO OVEST
1	19	7	14
2	20	8	15
3	21	9	16
4	22	10	17
5	23	11	18
6	24	12	—
—	—	13	—

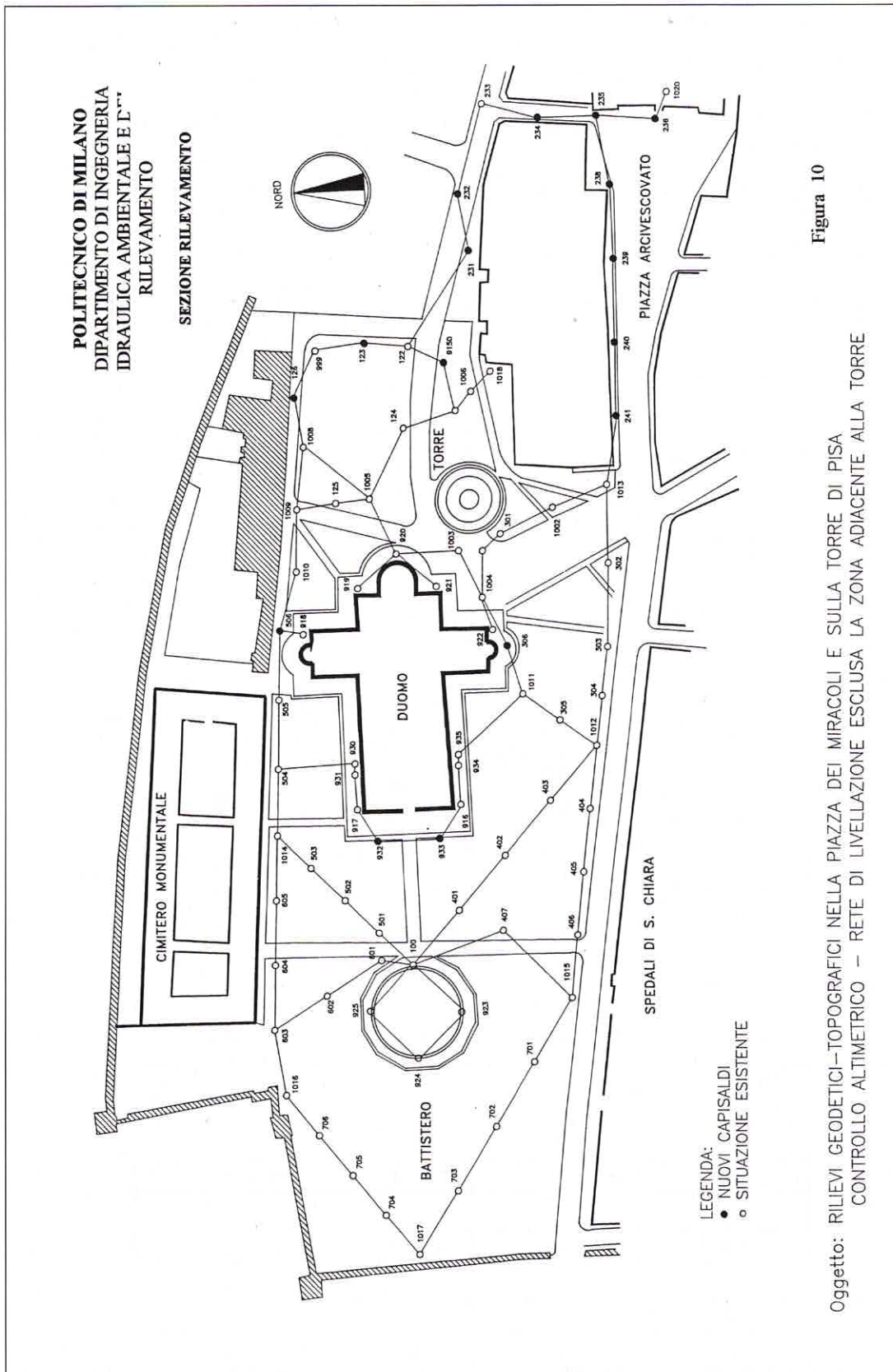


Figura 10

Oggetto: RILIEVI GEODETTICI-TOPOGRAFICI NELLA PIAZZA DEI MIRACOLI E SULLA TORRE DI PISA  
 CONTROLLO ALTIMETRICO - RETE DI LIVELLAZIONE ESCLUSA LA ZONA ADIACENTE ALLA TORRE

Fig. 10



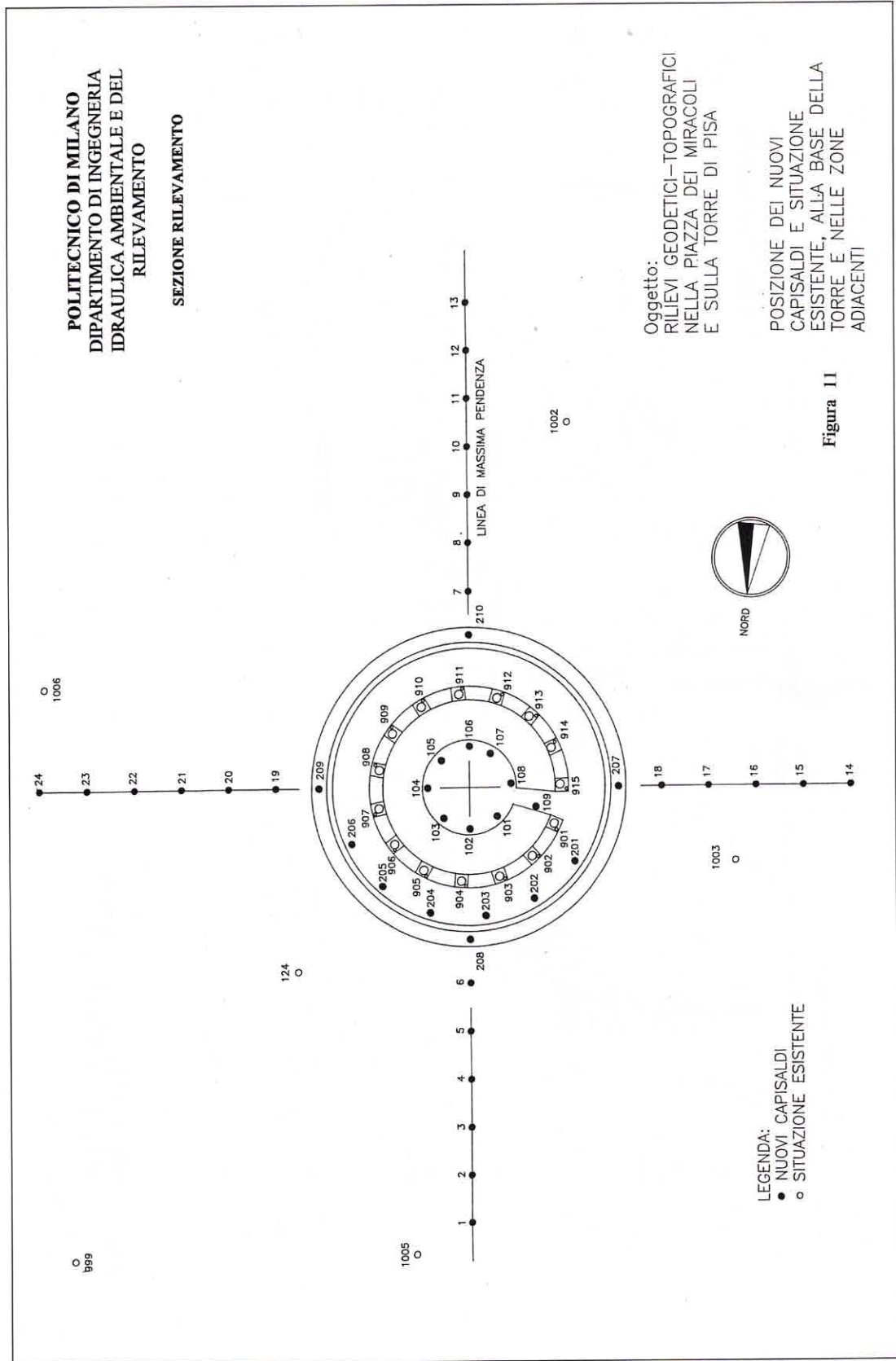


Fig. 11 - Posizioni dei nuovi capisaldi e situazione esistente, alla base della Torre e nelle zone adiacenti

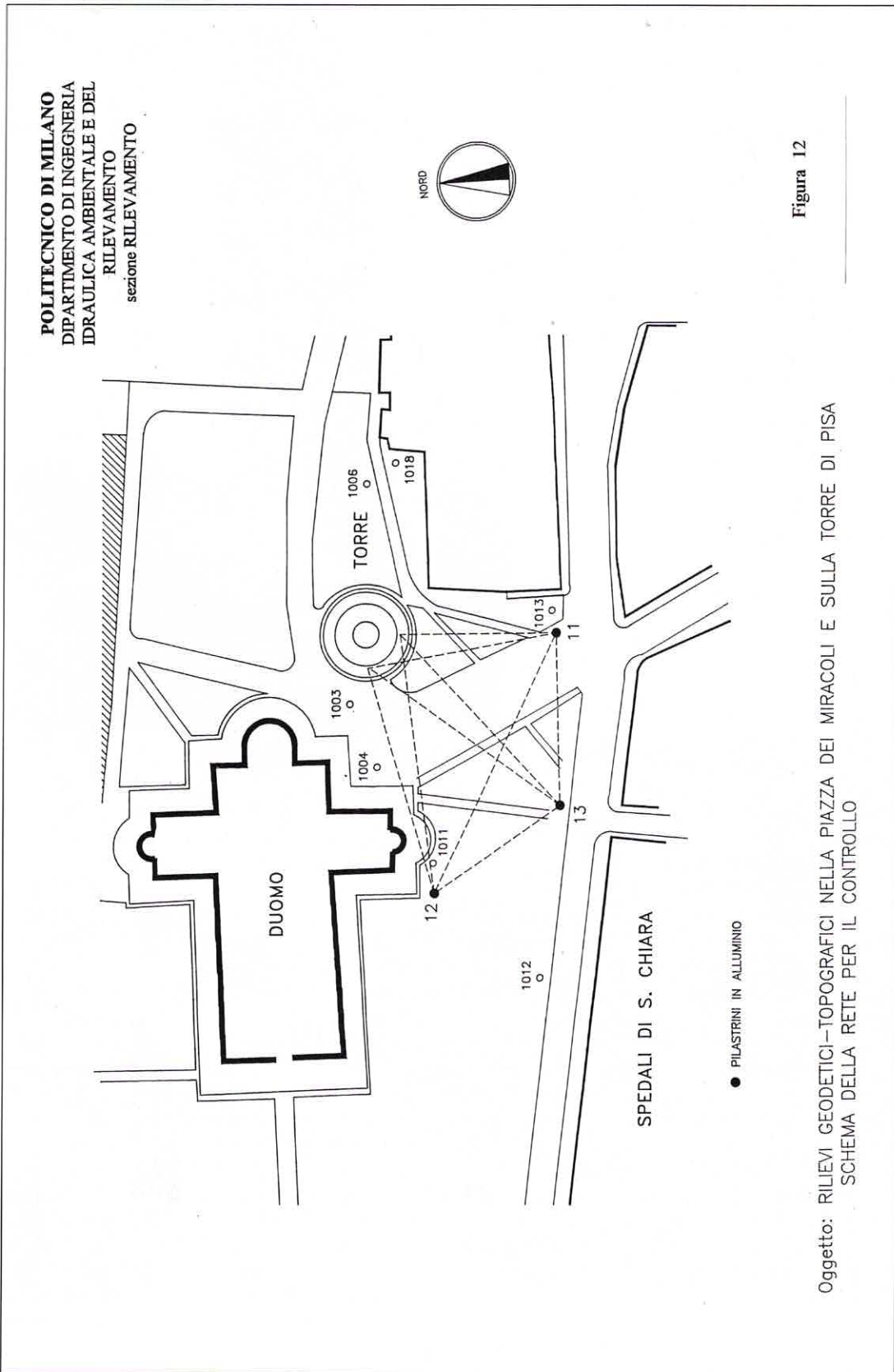


Fig. 12

Fig. 11 - Posizioni dei nuovi capisaldi e situazione esistente, alla base della Torre e nelle zone adiacenti





Fig. 13 – Il vertice di stazione 11 con teodolite Wild T2000 accoppiato al distanziometro Wild DI2000 posizionato sul pilastro metallico

Da questi vertici di stazione si osservano, con misure di distanza, di direzione e di angolo zenitale (Fig. 12), 10 prismi di precisione calettati su opportuni supporti metallici fissati alla Torre; tale procedura permette di valutare la deformazione spaziale del monumento in corrispondenza dei 10 riferimenti (Fig. 14).

L'importanza di una notevole aumento nella densità dei capisaldi altimetrici nell'intorno della Torre e l'aggiornamento delle metodologie di misura della pendenza sono giustificate dall'importanza dei lavori di consolidamento programmati dal Comitato.

Il primo di tali interventi è consistito nella costruzione di una trave in calcestruzzo pre-compresso disposta lungo il perimetro esterno della base della Torre, in seguito caricata, nel lato nord, con circa 600 tonnellate di piombo aventi funzione di contrappeso (Fig. 15). Tale notevole intervento ha provocato, nel periodo compreso tra il 13° luglio 1993 e il 21 febbraio 1994, un recupero del fuori piombo della sommità della torre di 10.1 mm portando dunque ad una certa diminuzione degli sforzi nel settore sud, cioè di sottopendenza, della Torre.

Per consentire la misura delle quote dei capisaldi posti lungo il lato nord della circonferenza esterna della Torre e dunque posizionati in corrispondenza dei contrappesi, si è provveduto a sagomare i blocchi di piombo in modo da permettere il posizionamento della stadia sul caposaldo e la sua misura dal catino. Il posizionamento della stadia è eseguito dalla sommità dei contrappesi in piombo, utilizzando un passaggio verticale, mentre l'osservazione della stadia è eseguita utilizzando delle opportune aperture orizzontali (vedi Fig. 15).

La densità dei capisaldi altimetrici e dei punti di controllo posizionati lungo il monumento hanno permesso di osservare la deformazione altimetrica del terreno ed eventuali scostamenti dei movimenti di recupero del fuori piombo rispetto alla direzione di massima pendenza, nonché le deformazioni di flessione della Torre.

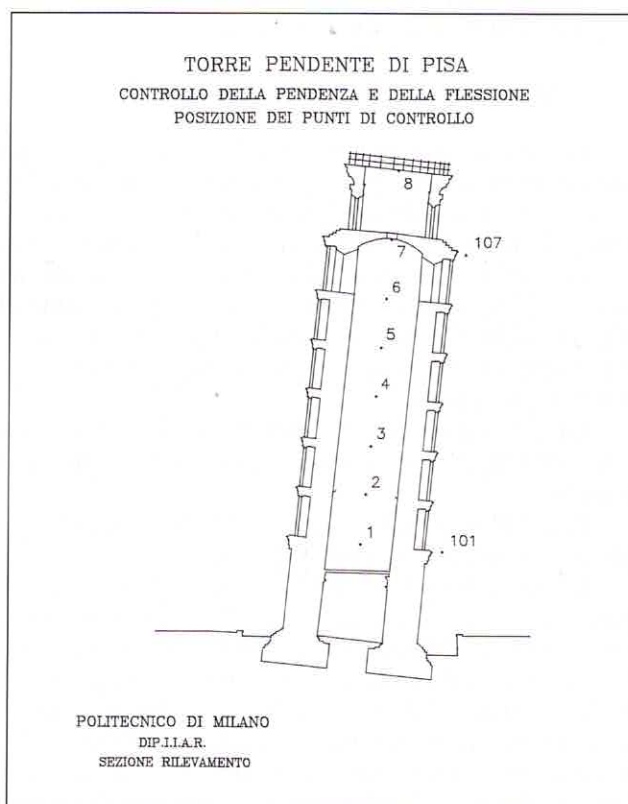


Fig. 14

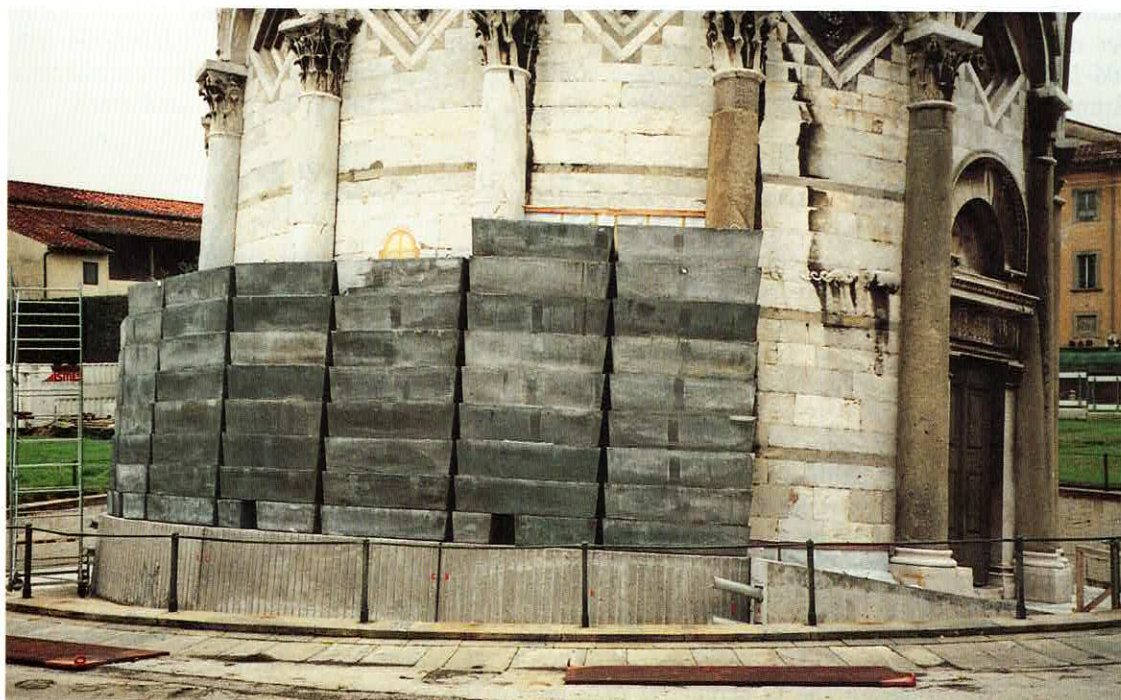


Fig. 15 - Il lato nord della base della Torre caricato con i contrappesi in piombo.  
 Si osservano, lungo il primo livello dei blocchi di contrappeso, le aperture per l'osservazione delle stadie  
 posizionate in corrispondenza dei basamenti delle colonne esterne alla Torre



## 2. - LA LIVELLAZIONE GEOMETRICA

### 2.1. - LE MISURE DI LIVELLAZIONE GEOMETRICA

La rete di livellazione geometrica, dopo le integrazioni eseguite dal Consorzio, ha dunque assunto delle dimensioni ragguardevoli (Figg. 10 e 16) e la misurazione completa di tutti i 176 dislivelli richiede infatti almeno tre giorni di lavoro; per questo motivo, tenendo conto delle numerose misurazioni che erano in programma nel periodo compreso tra il maggio 1993 e il febbraio 1994, si è provveduto ad isolare, all'interno della rete di livellazione comprendente tutti i 139 capisaldi e che da questo momento sarà definita «generale», una rete di 72 capisaldi (Fig. 16). Quest'ultima, nominata «parziale», è costituita unicamente dai capisaldi più prossimi alla Torre e comprende anche il nuovo caposaldo di riferimento metallico *DDI* (999 nella nuova numerazione).

La misurazione di tale rete risulta essere notevolmente più agile ed è in grado di descrivere esaurientemente le deformazioni altimetriche della Torre Pendente e del terreno ad essa limitrofo.

Il calendario degli interventi ha previsto, su 10 interventi di misura, 3 misure dell'intera rete e 7 limitati allo schema parziale.

Come riferimento per tutte le operazioni di livellazione è stata assunta la quota del caposaldo *DDI*, il cui valore è stato valutato nella prima livellazione generale del 3 maggio 1993, rispetto al caposaldo di riferimento storico  $\varphi'$ .

La strumentazione utilizzata per le operazioni di misura dei dislivelli è composta da un livello automatico *Zeiss Nil*, dotato di lamina pianoparallela mezzocentimetrata e micrometro, in grado di fornire un errore quadratico medio chilometrico di  $\pm 0.2$  mm e da una coppia di stadie a gradazione mezzocentimetrata in invar, di 3 metri, dotate di supporti telescopici di sostegno e di livella sferica per il posizionamento in verticale.

Per le operazioni di livellazione delle stadie centimetrata poste all'interno della Torre è stato installato, al centro della base, un autolivello *Zeiss Ni002*, strumento dotato di lamina pianoparallela centimetrata e micrometro. A partire dal giugno del 1993 sono stati misurati per due volte al giorno, alle ore 7.30 e 18.30, i dislivelli tra le 8 stadie 101-102-103-104-105-106-107-108, permettendo di osservare con continuità e altissima precisione le deformazioni altimetriche della base interna della Torre Pendente, durante l'intero periodo analizzato.

### 2.2. - LA MODALITÀ DI COMPENSAZIONE DELLE MISURE DI DISLIVELLO

La rete di livellazione geometrica, sia nella con figurazione generale che in quella parziale, è caratterizzata da un numero notevolmente ridondante di misure di dislivello, rispetto al numero minimo necessario alla soluzione del problema geometrico. Questo fatto permette l'impiego di metodologie di compensazione rigorose come quella dei minimi quadrati secondo l'approccio alle misure indirette, che permette di valutare le quote con le stime delle relative precisioni.

L'approccio ai minimi quadrati prevede la scrittura di un'equazione per ogni misura eseguita; le incognite risultano essere le quote dei capisaldi ad esclusione di quella del punto fisso (*DDI*). Il metodo richiede in ingresso le quote approssimate dei capisaldi e le misure di dislivello. In uscita viene fornito il valore della quota compensata, la differenza tra valore compensato e valore approssimato della quota (correzione) e l'errore quadratico medio di ogni quota.

Il programma provvede inoltre al calcolo delle variazioni di quota di ogni caposaldo, rispetto a quelle calcolate nel rilievo precedente e alla data della prima misura. A tale riguardo si deve però considerare che la geometria della rete di livellazione non è sempre la medesima; in alcune occasioni viene misurata l'intera rete e in altre, più frequenti, solo la parte più prossima alla Torre. La variazione dello schema geometrico e del numero di capisaldi provocano un peggioramento dello scarto quadratico medio delle quote se si opera con lo schema

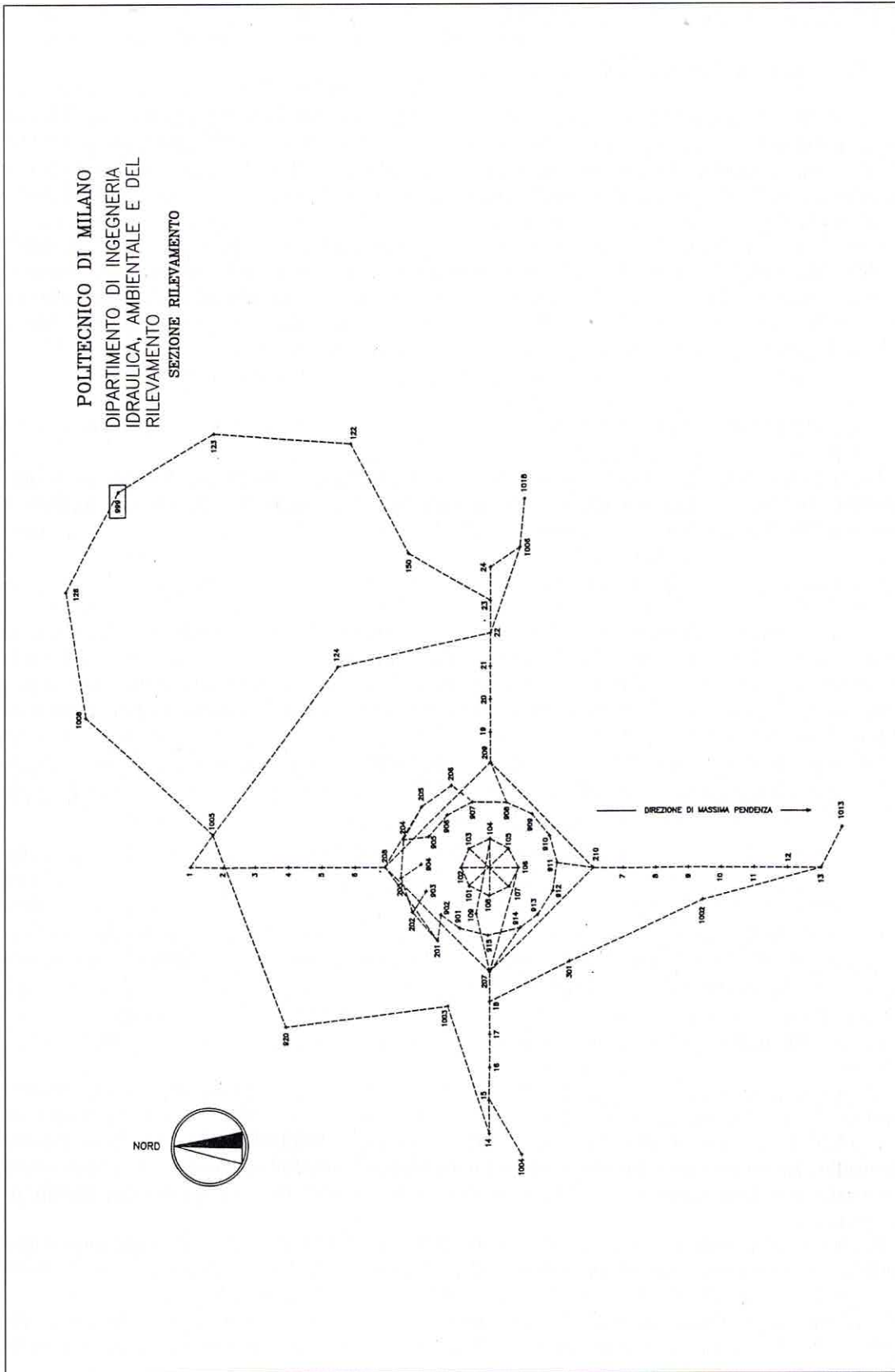


Fig. 16 - Torre pendente di Pisa - Schema della rete parziale di livellazione



di livellazione «generale»; anche i capisaldi piú prossimi alla Torre perdono dunque di precisione e la rispettiva quota non è piú confrontabile con accuratezza con le livellazioni precedenti, locali e dunque piú precise.

Per ovviare a questa incongruenza si è provveduto a suddividere la compensazione della rete di livellazione «generale» in due fasi. La prima prevede la compensazione delle sole misure di dislivello relative ai capisaldi piú prossimi alla Torre, facenti parte dello schema di tipo «parziale»; la seconda fase prevede l'aggiunta delle ulteriori misure di dislivello, le quali sono collegate ai capisaldi di contorno della livellazione «parziale» la cui quota è posta a peso infinito.

Con tale procedimento è dunque possibile rendere perfettamente confrontabili le quote dei capisaldi posti nei pressi della Torre, indipendentemente dalla misurazione dei rimanenti dislivelli posti nella Piazza dei Miracoli. Il mancato utilizzo di questo accorgimento provoca delle variazioni di quota dell'ordine di 0,1 – 0,2 mm accompagnate da un aumento dello scarto quadratico medio.

### 2.3. – LA PRESENTAZIONE DEI RISULTATI

Le operazioni di livellazione hanno fornito degli ottimi risultati in termini di scarto quadratico medio (s.q.m.) associato alle quote compensate dei capisaldi. Il valore massimo di s.q.m. ottenuto è stato di  $\pm 0.13$  mm e mediamente è sempre stato al di sotto di  $\pm 0.10$  mm.

#### 2.3.1. – *Presentazione in forma tabellare*

I risultati delle livellazioni sono stati presentati numericamente secondo due tipologie di *Tabelle*. La prima riassume l'entità delle misure di dislivello tra i diversi capisaldi della rete di livellazione provenienti dalle misure di campagna e il valore del termine noto delle equazioni ai dislivelli; la seconda presenta i risultati provenienti dalla compensazione rigorosa ai minimi quadrati.

- La prima tipologia si presenta come nella *Tabella 7* che riporta i dislivelli misurati e il valore del termine noto delle equazioni ai dislivelli. La *Tabella 8* spiega il significato specifico del contenuto delle colonne della prima tipologia tabellare.
- La seconda tipologia si presenta come nella *Tabella 9* e riporta il nome del caposaldo, la quota approssimata, la correzione (cioè lo scarto tra la quota compensata e la quota approssimata), lo scarto quadratico medio della quota compensata, il valore della quota compensata, la variazione «parziale» della quota, la variazione «totale», la variazione «annuale». La *Tabella 10* spiega il significato specifico del contenuto delle colonne della seconda tipologia tabellare.

#### 2.3.2. – *Presentazione grafica-vettoriale delle variazioni altimetriche*

Una seconda modalità utilizzata per presentare i risultati delle operazioni di livellazione, consiste nel disegnare una pianta della zona interessata dalle misure dove è riportato, in corrispondenza dei capisaldi altimetrici, un vettore che ne rappresenta la variazione altimetrica. Un insieme di informazioni sussidiarie corredano il disegno; in particolare viene indicata la data rispetto a cui sono valutate le variazioni altimetriche e la scala di rappresentazione del vettore.

Le piante utilizzate sono di due tipi. Il primo (*Fig. 17*) mostra le variazioni altimetriche dei capisaldi della rete parziale; il secondo (*Fig. 18*) riporta le variazioni dei capisaldi della rete generale con esclusioni di quelli facenti parte della rete parziale.

Tale modalità di visualizzazione delle variazioni è assai efficiente, permettendo di individuare con immediatezza le deformazioni altimetriche in atto nella piazza e alla base della Torre.

Tabella 7 - POLITECNICO DI MILANO -  
Prove di verifica del software

NOME PUNTI		DISLIVELLO	TERMINE NOTO
nodo	nodo	metri	metri
30021	30022	0.02328	- 0.00002
30022	30023	- 0.06900	0.00007
30023	30024	0.00770	0.00022
30024	30025	0.00652	0.00007
30025	30026	- 0.05119	0.00012
14064	14074	0.03985	- 0.00010
14074	14084	- 0.00841	- 0.00012
14084	14014	0.05124	- 0.00025
33210	95511	- 1.26634	0.00003
33209	95508	- 0.59390	- 0.00036
33207	95514	- 0.84119	0.00001
96051	96052	0.18537	- 0.00014
96055	96056	- 0.21960	0.00019
96056	96057	- 0.31090	0.00028
96057	95508	- 0.33292	0.00019
95508	96059	- 0.30713	0.00020
96059	96150	- 0.23614	0.00019
96150	96151	- 0.11057	0.00009
96151	96152	0.00417	0.00000
96152	96153	0.23119	- 0.00017

Tabella 8

Colonna	Contenuto
1 e 2	Nomi dei due capisaldi tra cui è misurato il dislivello
3	Valore del dislivello misurato, ricavato come media tra le diverse misure indipendenti del medesimo dislivello (in metri)
4	Valore del termine noto dell'equazione al dislivello tra i due nodi delle colonne 1 e 2 (in metri)



Tabella 9 - POLITECNICO DI MILANO - Prove di verifica del software

Nome caposaldo	Quota app.	Correzione	s.q.m.	Quota compensata	Variazione parziale	Variazione totale	Variazione annuale
	metri	mm	mm	metri	mm	mm	mm
91000	13.98823						
1900	12.83453	- 1.15	0.08	12.83338	- 0.24	- 1.08 A	---
2010	12.65290	- 1.14	0.09	12.65176	- 0.25	- 1.10 A	---
3010	12.51079	- 1.16	0.09	12.50963	- 0.24	- 1.13 A	---
4010	12.66153	- 1.09	0.10	12.66044	- 0.16	- 1.09 A	---
5010	12.40605	- 0.99	0.10	12.40506	- 0.17	- 1.01 A	---
6010	12.35097	- 1.25	0.10	12.34972	- 0.42	- 1.30 A	---
7010	12.64825	- 0.63	0.10	12.64762	- 0.19	- 0.78 A	---
8010	12.46725	- 0.71	0.11	12.46654	- 0.20	- 0.90 A	---
9010	12.56958	- 0.66	0.12	12.56892	- 0.18	- 0.88 A	---
3100	12.44670	- 0.67	0.12	12.44603	- 0.17	- 0.92 A	---
4110	12.58479	- 0.63	0.12	12.58416	- 0.16	- 0.91 A	---
5120	12.74336	- 0.64	0.12	12.74272	- 0.22	- 0.96 A	---
6130	12.86969	- 1.28	0.12	12.86841	- 0.19	- 1.03 A	---
7140	12.92729	- 1.09	0.09	12.92620	- 0.24	- 1.06 A	---
8150	12.67950	- 1.09	0.10	12.67841	- 0.20	- 1.08 A	---
8160	12.60609	- 1.09	0.10	12.60500	- 0.13	- 1.10 A	---
8170	12.42425	- 1.10	0.10	12.42315	- 0.20	- 1.13 A	---
8880	13.39320	- 0.92	0.11	13.39228	- 0.13	- 1.01 A	---
8990	13.42553	- 1.12	0.10	13.42441	- 0.12	- 1.18 A	---
9222	13.68642	- 0.75	0.06	13.68567	- 0.18	- 0.72 A	---
9223	13.74571	- 1.39	0.04	13.74432	- 0.43	- 1.33 A	---
9224	13.07441	- 1.69	0.07	13.07272	- 0.88	- 1.30 A	---
9226	13.93705	- 0.73	0.04	13.93632	- 0.12	- 0.90 A	---
			Data	gg/mm/aa	gg/mm/aa		--/--/--
			Temp. C°	7.0	6.5		---

Riferimenti: A = gg/mm/aa

Tabella 10

Colonna	Contenuto
1	Nome del caposaldo
2	Quota approssimata del caposaldo (in metri)
3	Valore della correzione in quota Correzione = Quota compensata - Quota approssimata (in mm)
4	Scarto quadratico medio (s.q.m.) della quota compensata (in mm)
5	Valore della quota compensata (in metri)
6	Variazione in quota del caposaldo rispetto alla precedente livellazione. <b>VARIAZIONE PARZIALE</b> Se alla precedente livellazione il caposaldo non è stato rilevato, nella casella viene visualizzato il simbolo ---. Tale variazione viene convenzionalmente definita «parziale».
7	Variazione in quota del caposaldo rispetto alla sua quota nel giorno della prima misurazione. <b>VARIAZIONE TOTALE</b> Tale variazione viene convenzionalmente definita «totale». A fianco del valore numerico della variazione viene stampata una lettera maiuscola che permette di risalire alla prima data di misurazione, che può differire a seconda del caposaldo considerato. (vedi la data nella legenda alla base della tabella).
8	Variazione in quota del caposaldo rispetto alla quota rilevata nel medesimo periodo dell'anno precedente. <b>VARIAZIONE ANNUALE</b> In mancanza di tale misura la casella risulta vuota e quindi riempita dal simbolo «---». Tale variazione viene convenzionalmente definita «annuale».

### 2.3.3. - Presentazione grafica delle variazioni altimetriche lungo le raggiere nord-sud e ovest-est

Nell'analisi delle deformazioni altimetriche dei punti adiacenti alla Torre Pendente, ricopro particolare importanza i capisaldi disposti lungo le raggiere nelle direzioni nord-sud e ovest-est. E' infatti prevedibile che ogni variazione d'inclinazione della Torre sia accompagnata da una variazione altimetrica dei capisaldi altimetrici.

La tipologia di rappresentazione visualizzata in *Figg. 19 e 20* è studiata appunto per evidenziare tali movimenti.

Nella parte superiore viene mostrato un grafico che presenta sull'asse delle ordinate la variazione altimetrica dei capisaldi in mm e sull'asse delle ascisse lo sviluppo dei capisaldi lungo la direzione ovest-est o nord-sud. I capisaldi sono segnati sull'asse delle ascisse in maniera equidistante, mancando a tutt'oggi un loro inquadramento nel sistema di coordinate cartesiane *X-Y* a cui si riferiscono i vertici planimetrici *A, B, C, D, E, F* posti nella Piazza dei Miracoli.

### 2.4. - IL SOFTWARE DI TRATTAMENTO DELLE MISURE E DI PRESENTAZIONE DEI RISULTATI

Per la gestione delle misure di livellazione geometrica, dalla compensazione alla presentazione dei risultati è stato utilizzato un software composto da diversi programmi, scritti in linguaggio *Fortran*, i quali vengono richiamati con una sequenza prefissata.

Tali programmi non prevedono un'interfaccia utente molto sofisticata, essendo il loro uso limitato ad operatori esperti, facenti parte del Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Ambientale e del Rilevamento del Politecnico di Milano.

Il «pacchetto» software esegue la compensazione ai minimi quadrati delle misure di dislivello geometrico e ne immagazzina i risultati in un file di archivio. Diverse subroutine provvedono alla creazione delle *Table* di presentazione dei risultati, preparando dei file ASCII leggibili da funzioni *macro* create in *Microsoft Word* per *Windows*, al calcolo delle variazioni altimetriche rispetto alle livellazioni precedenti e alla creazione automatica di file dati, leggibili da funzioni *macro* create in *Microsoft Excel* per il disegno dei grafici delle variazioni altimetriche lungo le raggiere.

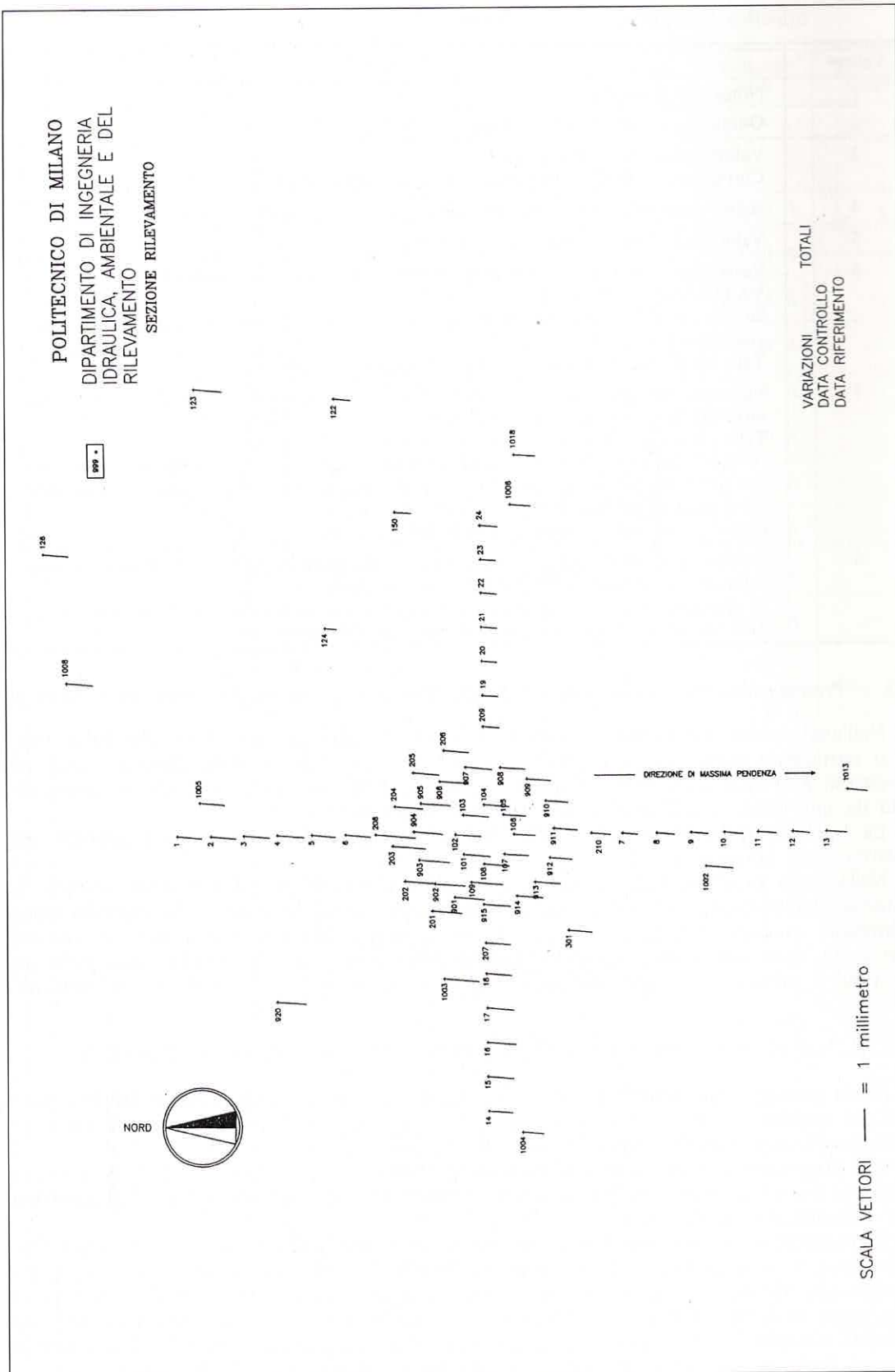


Fig. 17 - Torre pendente di Pisa - Controllo altimetrico dei capisaldi della rete di livellazione geometrica



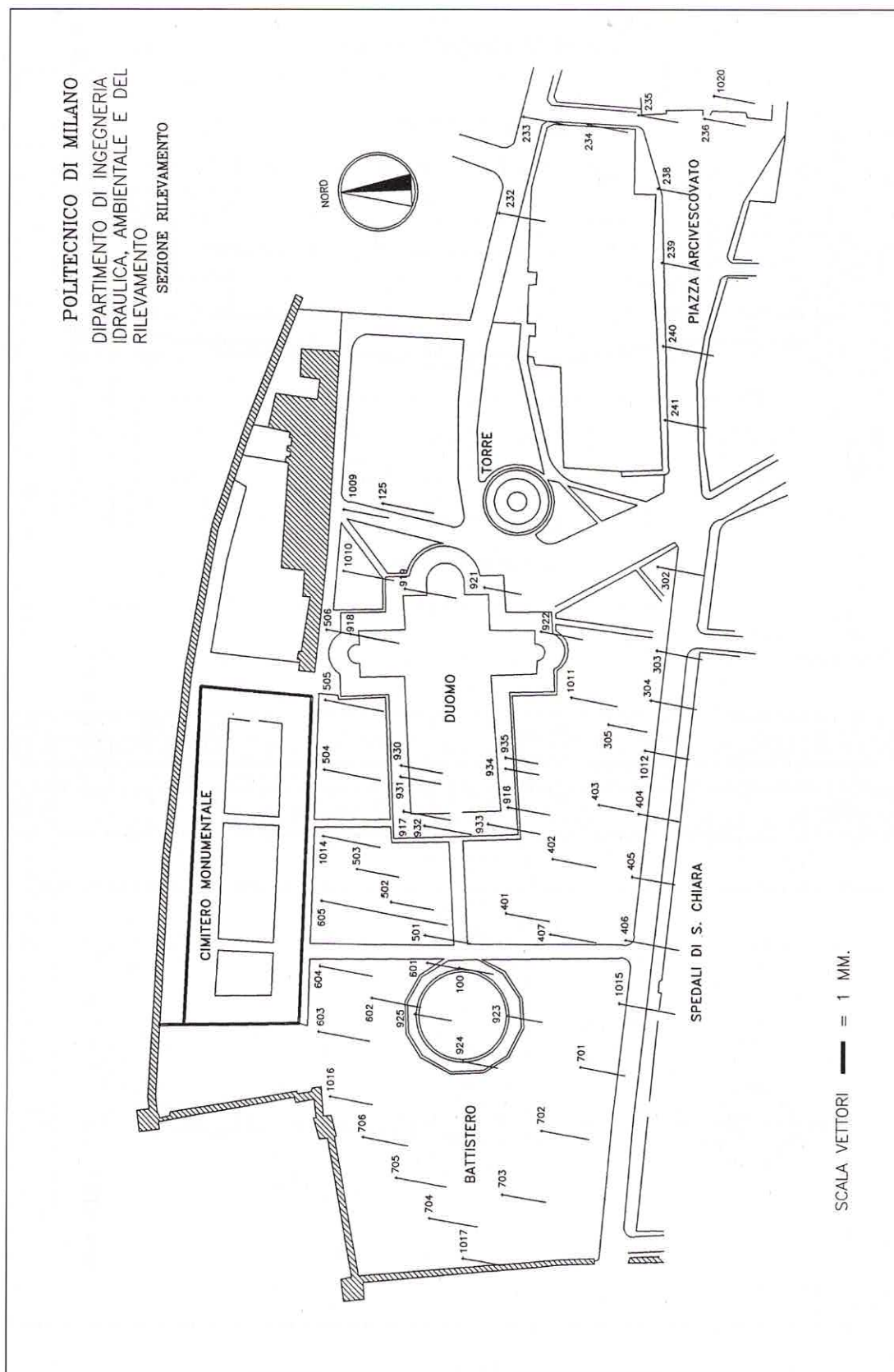
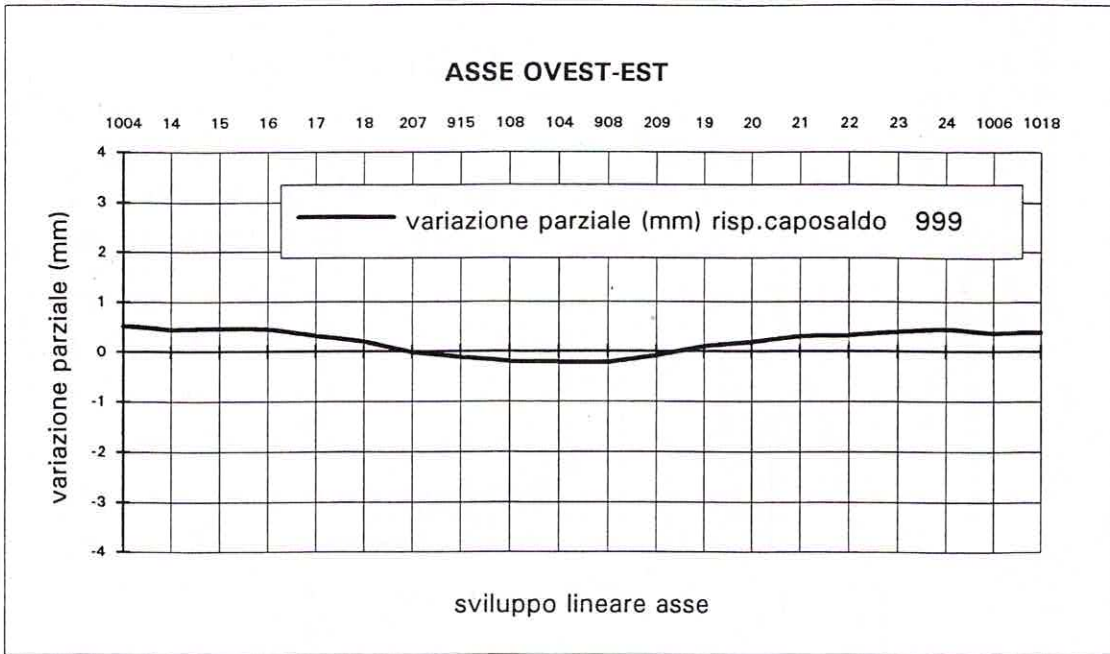


Fig. 18 - Rilievi geodetici-topografici nella piazza dei Miracoli e sulla Torre di Pisa variazione delle quote dei capisaldi nel periodo .....

TORRE PENDENTE DI PISA



DATA DI CONTROLLO  
DATA DI RIFERIMENTO

CAPOSALDO	1004	14	15	16	17	18	207	915	108	104
VARIAZIONE PARZIALE (mm)	0.52	0.44	0.47	0.45	0.32	0.20	-0.02	-0.11	-0.20	-0.21

CAPOSALDO	908	209	19	20	21	22	23	24	1006	1018
VARIAZIONE PARZIALE (mm)	-0.22	-0.08	0.11	0.19	0.30	0.33	0.40	0.45	0.37	0.40

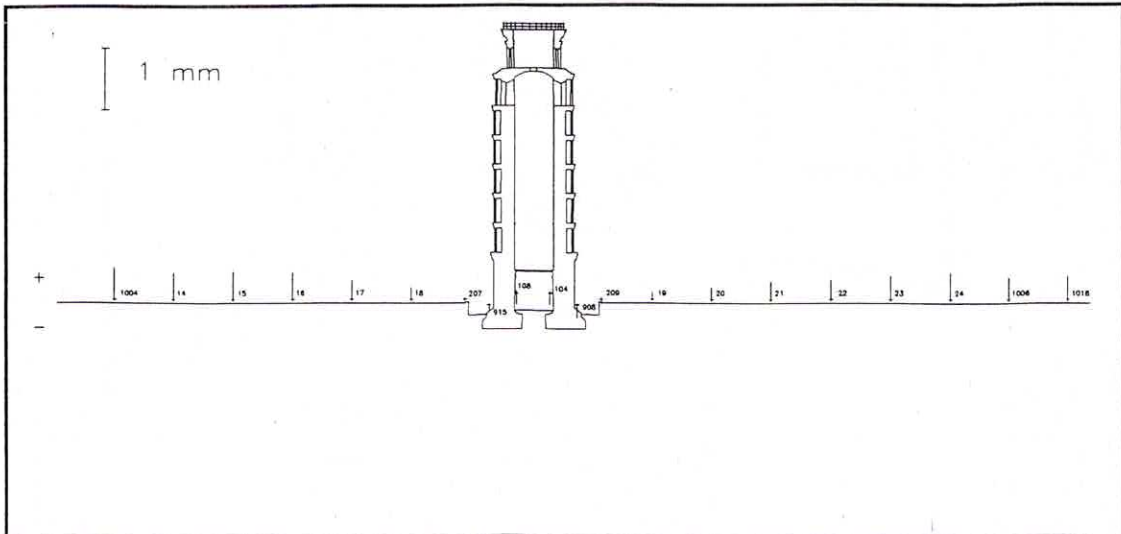
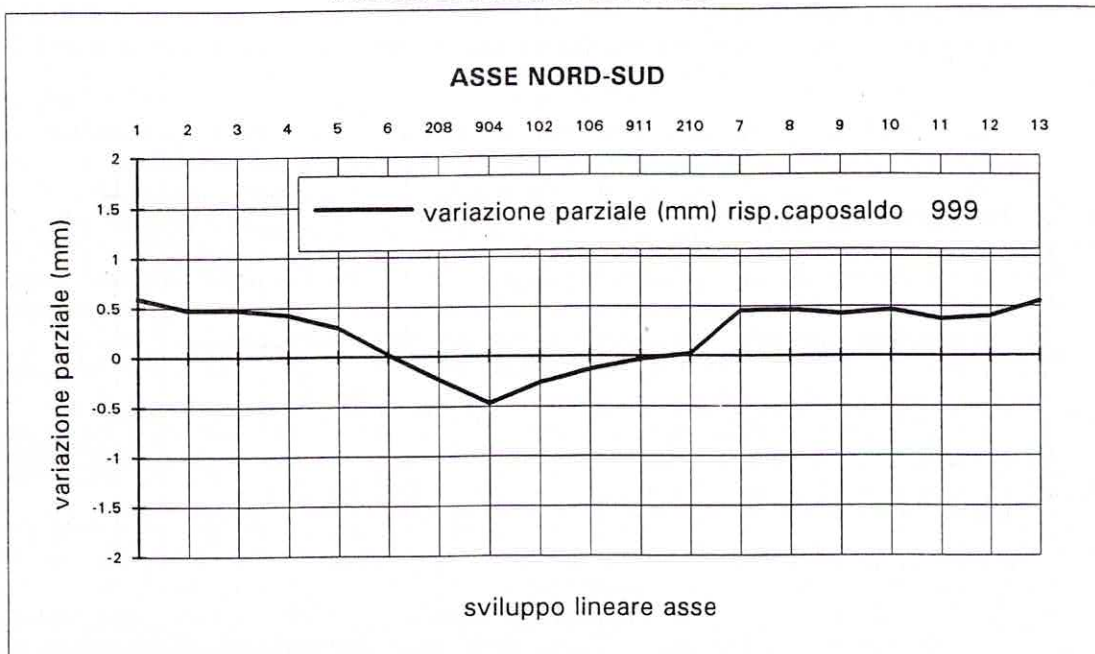


Fig. 19

TORRE PENDENTE DI PISA



DATA DI CONTROLLO  
DATA DI RIFERIMENTO

CAPOSALDO	1	2	3	4	5	6	208	904	102	
VARIAZIONE PARZIALE (mm)	0.59	0.47	0.47	0.42	0.29	0.02	-0.23	-0.47	-0.26	

CAPOSALDO	106	911	210	7	8	9	10	11	12	13
VARIAZIONE PARZIALE (mm)	-0.13	-0.03	0.02	0.45	0.46	0.42	0.46	0.37	0.40	0.55

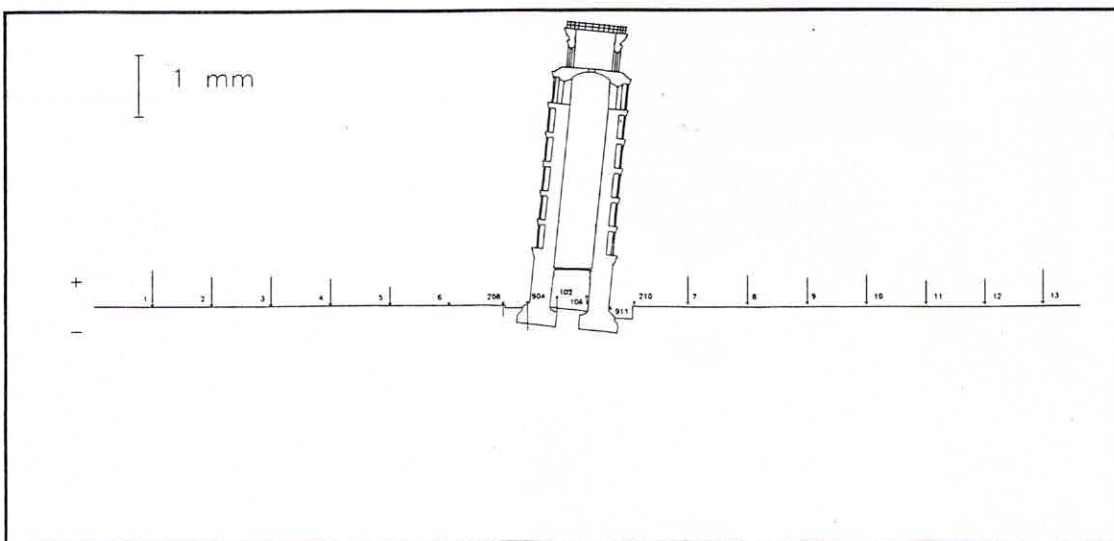


Fig. 20



Le rappresentazioni vettoriali delle variazioni altimetriche vengono create ricorrendo alla creazione automatica di file di tipo .SCR leggibili da *Autocad* di *Autodesk*.

Le elaborazioni vengono eseguite su personal computer utilizzando processori 486 DX Intel e utilizzando come uscita grafica una stampante laser a 300 dpi e un plotter a penna di formato A3.

### 3. - MISURE DI CONTROLLO DELLA PENDENZA E DELLA FLESSIONE

#### 3.1. - LA METODOLOGIA OPERATIVA

Per eseguire il controllo della pendenza e della flessione della Torre Pendente si è deciso di ricorrere ad una metodologia che permette di individuare i movimenti nello spazio dei punti sottoposti a controllo, associando ad ognuno di essi una terna di coordinate  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .

I punti di controllo sono costituiti da supporti metallici vincolati alla Torre, in corrispondenza della prima e della settima cornice del versante sud (punti 101 e 107) e di tutte le sette cornici e della sommità della cella campanaria del versante ovest (punti 1-2-3-4-5-6-7-8).

Questi supporti sono stati progettati in modo tale da permettere il calettamento sulla sommità di un prisma riflettente di precisione di tipo *WILD* (Fig. 21).

La modalità d'intervento prevede la collimazione dei riferimenti e dunque la misurazione, tramite teodolite e distanziometro, di angoli zenitali, di direzioni e di distanze inclinate da tre postazioni strumentali poste in un'area della Piazza dei Miracoli prossima alla Torre.

Queste ultime sono costituite da tre pilastrini metallici mobili, uno per ogni vertice, calettabili su dei supporti di precisione. Questi ultimi sono materializzati all'interno di un chiusino metallico e poggiano su una fondazione di calcestruzzo armato. Ad ogni punto di stazione è associato rigorosamente un pilastrino, il quale deve essere sempre posizionato con il medesimo orientamento.



Fig. 21 - La mira ed il prisma riflettente posizionati sul lato ovest della Torre

Le misure vengono eseguite all'alba, per minimizzare gli effetti della rifrazione atmosferica e della deformazione termica che i pilastri metallici subiscono se colpiti dai raggi solari. Gli strumenti utilizzati sono un teodolite WILD T2000 accoppiato con un distanziometro WILD DI2000 in grado di garantire precisioni di misura della distanza di  $1 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm/km}$ ; durante le operazioni di misura vengono continuamente eseguite misure di pressione atmosferica e di temperatura per correggere le misure di distanza.

La prassi operativa prevede di fare stazione in corrispondenza del vertice 12; da questo vengono osservate le rimanenti due stazioni (11 e 13) e vengono collimati tutti i 10 riferimenti posti sulla Torre. Tale operazione viene ripetuta dai restanti due vertici di stazione.

Questa metodologia comporta dunque la misura di 36 direzioni, di 36 angoli zenitali e di 36 distanze inclinate ed implica la soluzione di un sistema di equazioni notevolmente ridondante rispetto al minimo richiesto per la soluzione della geometria della rete.

### 3.2. - LA COMPENSAZIONE DELLE MISURE

La compensazione viene eseguita tramite il metodo ai minimi quadrati che agisce secondo la medesima modalità d'approccio descritta nel paragrafo 3.2. Le equazioni sono equazioni linearizzate alle distanze inclinate, alle direzioni e ai dislivelli trigonometrici.

La compensazione viene eseguita mantenendo fisse le coordinate dei vertici 11 e 13 e lasciando invece libero il vertice 12.

Per garantirsi da eventuali errori grossolani o da piccoli errori sistematici, l'operazione generale di controllo viene ripetuta per due giorni consecutivi. Il risultato in termini di coordinate, per ogni punto di controllo, è dunque la media dei valori calcolati nelle due giornate successive di misura.

L'operazione di compensazione ha garantito ottimi risultati in termini di scarto quadratico medio e di ripetibilità della misura nelle due giornate successive. I risultati sono ulteriormente migliorati, sia in termini di diminuzione dello scarto quadratico medio che in termini di ripetibilità, correggendo le misure sul cerchio orizzontale dall'errore di verticalità residuo, influente sulla precisione di misura angolare orizzontale in funzione dell'angolo di altezza, in questo caso molto elevato per le cornici superiori.

La quota dei vertici di stazione è stata calcolata tramite livellazione geometrica in data 12/07/1993 ed in seguito aggiornata con ulteriori misure di livellazione. Le quote della rete geodetica di controllo sono dunque anch'esse, come i capisaldi della rete di controllo altimetrico, riferite al caposaldo fondamentale *DDI*.

Le date di esecuzione delle misure di controllo sono state:

Tabella 11

data della prima misura	data della seconda misura	s.q.m. (mm) max		tipo di misura di controllo
		X-Y	Z	
13/07/1993	14/07/1993	0,5	0,8	controllo della flessione e della pendenza
20/08/1993	21/08/1993	0,5	0,5	controllo della flessione e della pendenza
23/09/1993	24/09/1993	0,4	0,6	controllo della flessione e della pendenza
21/10/1993	22/10/1993	0,3	0,5	controllo della flessione e della pendenza
25/11/1993	26/11/1993	0,4	0,6	controllo della flessione e della pendenza
21/02/1994	22/02/1994	0,4	0,6	controllo della flessione e della pendenza



POLITECNICO DI MILANO  
 Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Ambientale e del Rilevamento - sez. Rilevamento

TORRE PENDENTE DI PISA  
 CONTROLLO DELLA PENDENZA E DELLA FLESSIONE

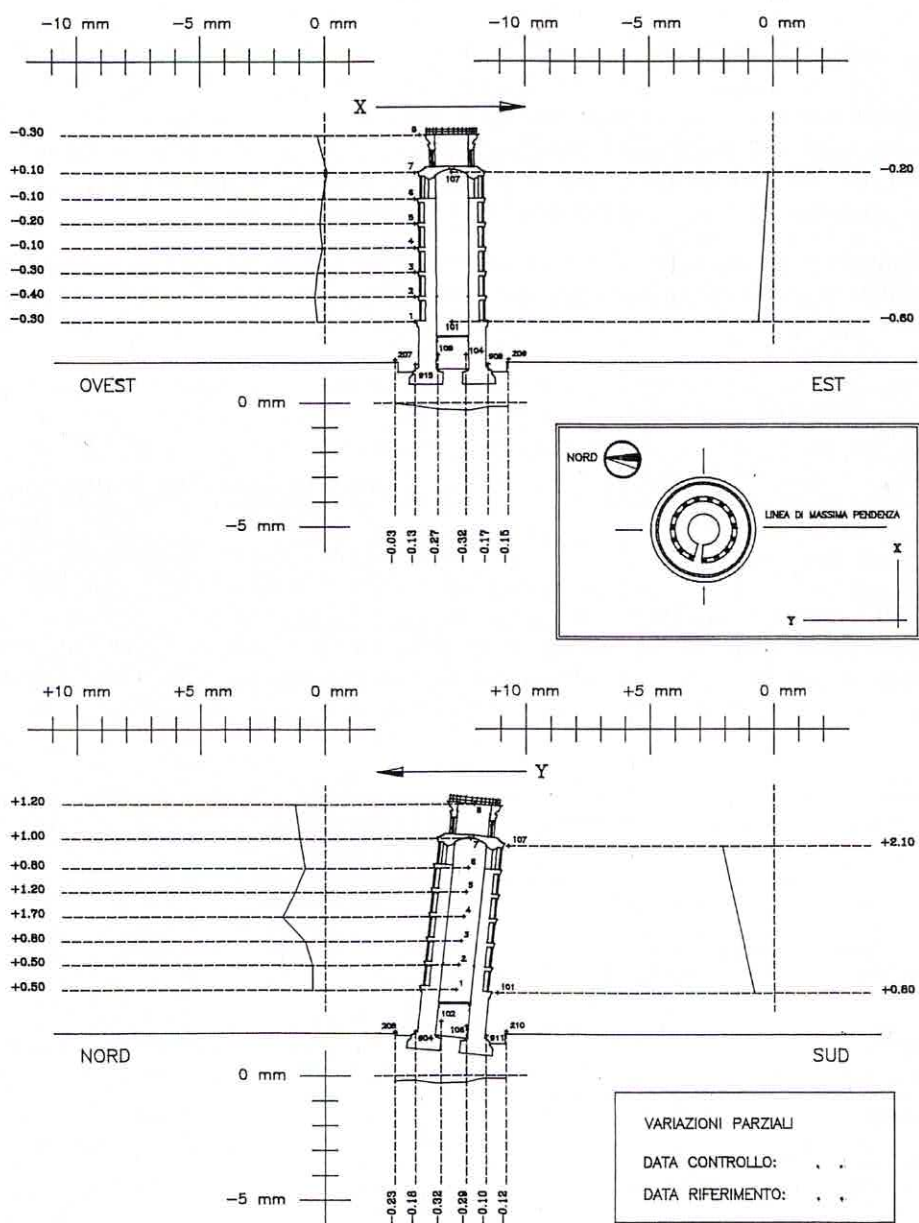


Fig. 22



Il risultato di tali operazioni di controllo viene fornito, oltre che come coordinate dei punti di controllo e come loro variazione nel tempo, con una presentazione di tipo grafico che visualizza, in una forma piú efficacemente percepibile, i movimenti della Torre. In tale disegno vengono anche riportati i valori delle variazioni altimetriche misurate alla base della Torre mediante livellazione geometrica (*Fig. 22*). A fianco del vettore delle variazioni di coordinate viene anche riportato il relativo valore numerico.

#### 4. - CONCLUSIONI

Dall'analisi degli elaborati si possono trarre le conclusioni di seguito riportate.

1. - Le operazioni di livellazione geometrica hanno permesso di calcolare le quote dei capisaldi della rete con valori di scarto quadratico medio (s.q.m.) mediamente sotto il valore di  $\pm 0,1$  mm.
2. - Le operazioni relative al controllo della flessione e strapiombo della Torre sono risultate assai valide, in quanto hanno fornito s.q.m. sulle coordinate dei punti di controllo comprese mediamente entro  $\pm 0,3$  mm in *X* e *Y* e  $\pm 0,5$  mm in *Z*.

L'approccio geodetico alle misure di controllo della Torre ha dunque confermato la sua elevata affidabilità. L'attendibilità dei risultati è infatti sempre garantita dalla ridondanza delle osservabili misurate e dunque dal valore di scarto quadratico medio associato ad ogni coordinata.

I valori di tali scarti quadratici medi risultano inoltre molto bassi e dunque comparabili alle precisioni delle misure effettuate tramite strumentazione automatica, di cui dunque l'approccio geodetico svolge un'essenziale funzione di controllo. Alcune quantità, come ad esempio le variazioni di quota della Torre e del terreno circostante, non sono inoltre determinabili con metodologie alternative.

L'esecuzione delle misure di livellazione e di pendenza-flessione permettono infine di non perdere la continuità storica con le misure geodetiche di controllo che dal 1911 vengono eseguite sulla Torre e nella Piazza dei Miracoli.

Va sottolineato però che la «vecchia» metodologia di misura di variazione di pendenza riguardante due riferimenti, uno al piede e l'altro in sommità alla Torre, viene sempre eseguita e posta a confronto con la nuova metodologia.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] *Ricerche e studi su la Torre pendente di Pisa e i fenomeni connessi alle condizioni d'ambiente*, Ministero dei Lavori Pubblici, Commissione per il consolidamento della Torre pendente di Pisa. Volumi primo e secondo, Istituto Geografico Militare, Firenze, 1971.
- [2] BOMFORD G., *Geodesy*, Oxford University Press, Londra, 1971.
- [3] TOGLIATTI G., *Fondamenti di statistica*, CLUP, Milano, 1971.
- [4] INGHILLERI G., *Topografia Generale*, UTET, Torino, 1974.
- [5] COMMISSIONE GEODETICA ITALIANA *Guida alla progettazione e alla esecuzione delle Livellazioni Geometriche*, Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, Anno XXXIV, n. 1, pp. 83-96, Firenze, 1975.
- [6] GIUSSANI A., MONTI C., BEZOARI G., *Considerazioni su una livellazione geometrica di alta precisione*, Bollettino della SIFET, n. 2, Pavia, 1985.
- [7] MONTI C., *Basilique de San Marco a Venice*, in Atti del 4<sup>th</sup> FIG International Symposium, Geodetic measurements of deformations, pp. 1-11, Katowice, 1985.
- [8] GERI G., PALLA B., *Considerazioni sulle osservazioni ottiche effettuate dall'Istituto di Geodesia e Topografia di Pisa al campanile del Duomo di Pisa per le variazioni di strapiombo dal 1918 al 1985*, Editrice Universitaria Felici, Pisa, 1985.
- [9] GERI G., PALLA B., *Considerazioni sulle più recenti osservazioni ottiche alla Torre Pendente di Pisa*, Bollettino della SIFET, n. 2, pp. 121-135, Roma, 1988.
- [10] BAJ E., BOZZOLATO G., *Restituzione numerica della Torre di Pisa*, Bollettino della SIFET, n. 2, pp. 101-120, Roma, 1988.
- [11] BRUMANA R., CRIPPA B., VASSENA G., *Analytical treatment and description of the altimetric check of the St. Marcus' Basilica in Venice*, International archives of photogrammetry and remote sensing, ISPRS Commission V, vol. 8 Part 5/1, pp. 166-173, Zurich, 3-7 September 1990.
- [12] GIUSSANI A., GUZZETTI F., *Il controllo statico del Duomo di Como*, in Costruzioni n. 383, Milano, Ottobre 1987.
- [13] MONTI C., GIUSSANI A., *Problematiche generali legate al controllo statico delle strutture con particolare riferimento a quelle che si sviluppano in altezza*, in Atti del Convegno Progetto Cultura 2000, Venezia 3.6.1989.
- [14] DOCUMENTO N. 3, Istituto Geografico Militare, Firenze, 24 luglio 1991.
- [15] MONTI C., GIUSSANI G., *Le reti geodetiche per il tracciamento e il controllo del Nuovo Stadio di Torino*, Rivista del Catasto e dei SS.TT.EE., n. 2, Roma, 1991.
- [16] BAJ E., RAMPOLLI M., BOZZOLATO G., *Analytical photogrammetric survey of the leaning tower of Pisa*, International archives of photogrammetry and remote sensing, ISPRS Commission V, vol. XXIX, Part B5, pp.174-181, Washington, August 1992.
- [17] VASSENA G., *Controllo delle deformazioni e degli spostamenti in grandi strutture*, Tesi per il conseguimento del titolo di dottore di ricerca in Scienze Geodetiche e Topografiche, V ciclo, 1992.
- [18] MONTI C., *Supervisione ed interpretazione dei rilievi geodetici-topografici nella Piazza Dei Miracoli e sulla Torre di Pisa*, Relazione Tecnica, Vol. 1, Presidenza del Consiglio dei Ministri, Comitato per gli interventi di consolidamento e restauro della Torre di Pisa, febbraio 1994.